

Gravitationswaage nach Cavendish

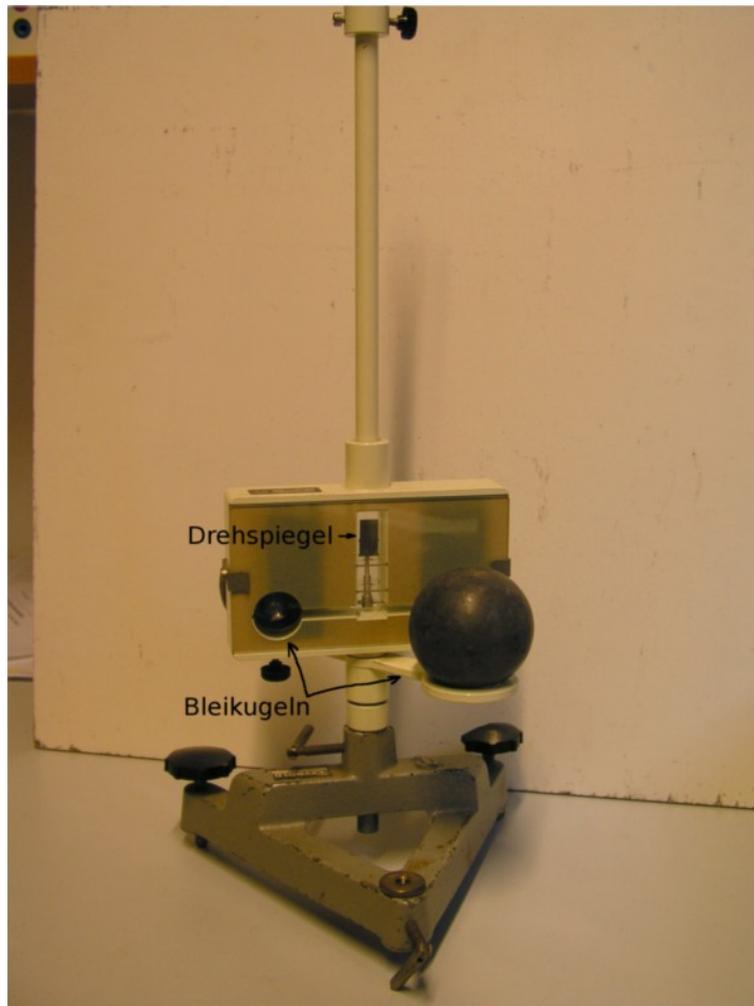


Abb. 1: Gravitationswaage

Geräteliste:

Gravitationswaage, Laser, Kamera, langes weißes Papier, Trackingsoftware, Webcam

Versuchsbeschreibung:

Das Experiment zur Bestimmung der Gravitationskonstanten wird mit einer so genannten Drehwaage durchgeführt. Große Bleikugeln sind auf einem drehbaren Gestell angebracht, und ein verkapselter Aufbau mit kleinen Bleikugeln dient als Messaufbau.

Zuerst werden die großen Kugeln vorsichtig von einer Messposition in die andere Position gebracht. Der Ausschlag des Lichtzeigers wird dabei für eine Minute alle 10s markiert. Diese Messung geht von einer näherungsweise linearen

Beschleunigung der Kugeln während dieser Zeit aus. Mit dem ermittelten Wert kann nun die Gravitationskonstante berechnet werden.

Eine halbe Stunde Später kann der Aufbau ein weiteres mal betrachtet werden und die mittels einer Trackingsoftware aufgezeichnete Schwingung ist zu sehen.

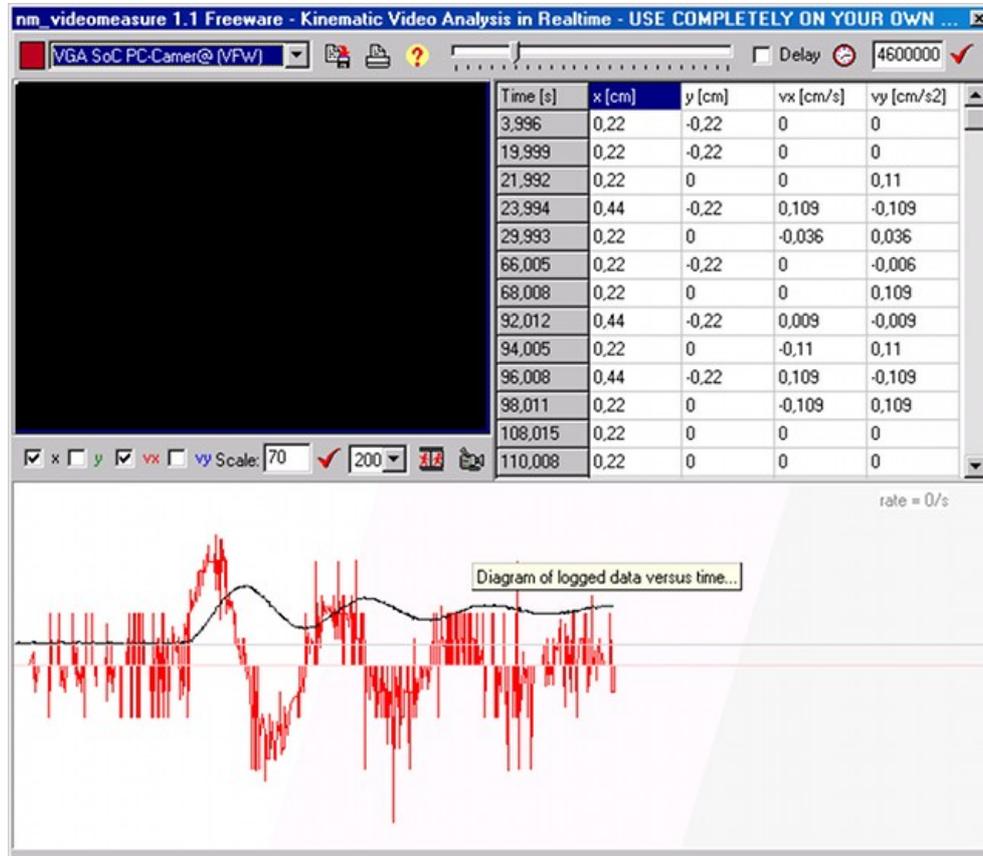


Abb. 2: Bildschirmausgabe der Trackingsoftware, aufgezeichnete Bewegung (schwarz) und abgeleitete Geschwindigkeit (rot) des Lichtzeigers

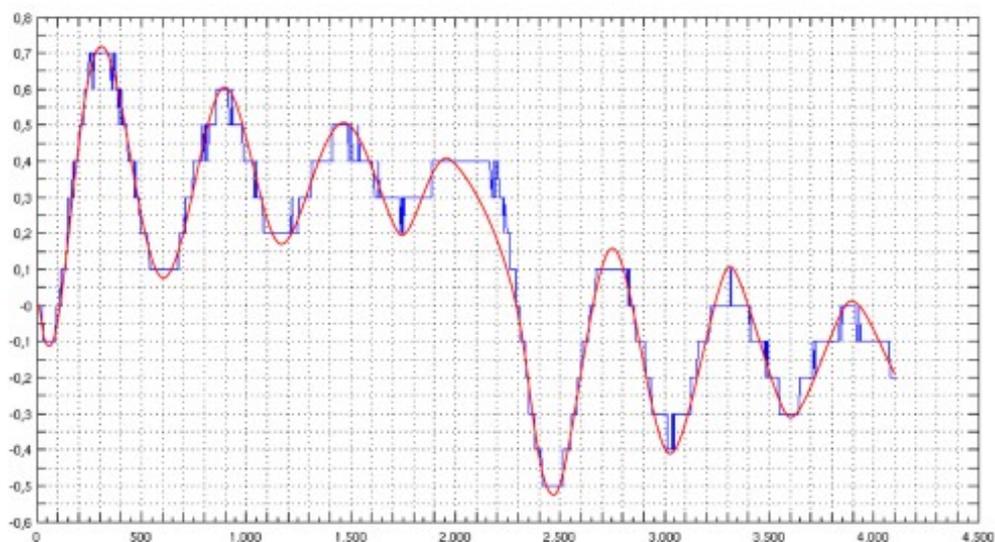


Abb. 3: Aufgenommene und nachträglich gefittete Messwerte eines Versuchs

Die blaue Kurve repräsentiert die Messwerte und die rote wurde graphisch ergänzt. Auf der x-Achse ist die Zeit in s aufgetragen, die y-Achse zeigt die Auslenkung, ist allerdings nicht Masstabsgetreu.



Abb. 4: Aufbau der Waage im großen Hörsaal

Bemerkungen:

Zur Berechnung des Wertes der Gravitationskonstanten G bestehen 2 Möglichkeiten. Zum einen kann die Beschleunigung a bestimmt werden indem die Bewegung des Zeigers gegen die Zeit gemessen wird und zum anderen kann die Periodendauer der Schwingung ermittelt werden. Zur Veranschaulichung ist die Geometrie der Messanordnung skizziert.

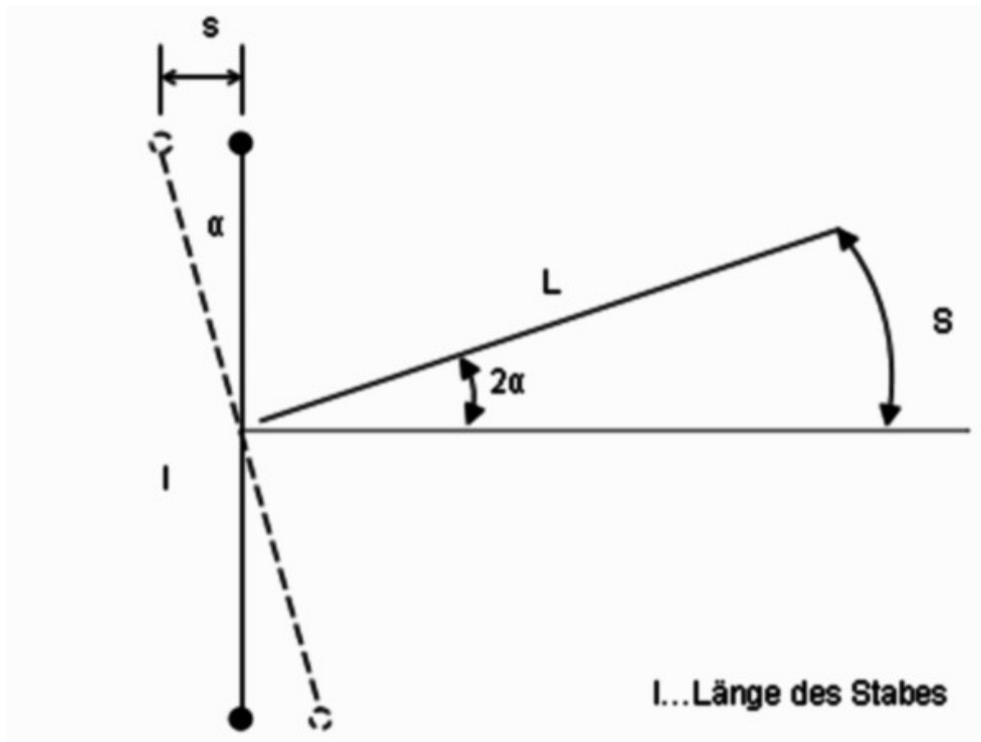


Abb. 4: Skizze der Messanordnung

l ist hier das Maß $2d$ und s bezeichnet die Auslenkung der kleinen Masse. Für die Messung der Beschleunigung ist die Erste Überlegung einfach:

$$F = m \cdot a$$

Dies wird in die Gleichung für die Gravitationskraft eingesetzt, wobei diese doppelt wirkt, da zwei Kugelsysteme gekoppelt sind:

$$m \cdot a = 2 \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{b^2}$$

Gleichzeitig wird für die zurückgelegte Strecke der kleinen Masse $s = \frac{1}{2} a t^2$ bzw.

$a = \frac{2s}{t^2}$ benutzt um

$$G = \frac{b^2 s}{M t^2}$$

zu erhalten. Aus der Geometrie der Messanordnung wird nun mit den bekannten Regeln für kleine Winkel $\tan \alpha \simeq \alpha$ noch der Ausdruck für s ermittelt:

$$\tan(2\alpha) = \frac{s}{L}$$

bzw.

$$2 \alpha = \frac{S}{L}$$

und

$$\alpha = \frac{S}{d}$$

also

$$s = \frac{S d}{2 L}$$

Alles zusammen ergibt den direkten Zusammenhang zwischen den bekannten (Mess-)Größen und der Gravitationskonstanten.

$$G = \frac{b^2 S d}{2 M t^2 L}$$

Messwerte aus verschiedenen Veranstaltungen:

$$16.11.07 \quad t = 190 \text{ s} \quad S = 38 \text{ mm} \quad L = 6,4 \text{ m} \rightarrow G = 6,0 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

$$16.11.10 \quad t = 50 \text{ s} \quad S = 29 \text{ mm} \quad L = 6,7 \text{ m} \rightarrow G = 6,37 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

$$\text{Literaturwert} \quad G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

Für diese Rechnung wird angenommen, dass die Beschleunigung zu Anfang der Messung konstant ist, was selbstverständlich nicht für den gesamten Schwingungsvorgang zutrifft, sondern nur für eine Zeit von einigen 10 Sekunden.

Als weiterer Messwert kann die Bestimmung der Periodendauer einen Wert für die Gravitationskonstante liefern, dies erfordert jedoch eine Betrachtung über Drehschwingungen, die in der Regel vor diesem Versuch noch nicht Bestandteil der Vorlesung waren.

Der Schwingungsverlauf während und nach der Vorlesung ist in der zweiten Abbildung dargestellt. Es ist deutlich ein Wechsel zwischen zwei Gleichgewichtslagen zu erkennen. Nach etwa 2000 s wurden die Kugeln in die andere Position gebracht. Die Daten wurden ausgewertet und ergeben eine Periodendauer von $T \approx 590 \text{ s}$.

Um die Schwingung aufzunehmen wird eine nicht mehr erhältliche Trackingsoftware verwendet. Diese arbeitet nur mit Kameras niedriger Auflösung. Als vorteilhaft hat sich die Verdunkelung einer Webcam erwiesen, so dass nur ein heller, rötlicher Fleck von der Kamera gesehen wird. Dieser kann sehr gut verfolgt werden. Die Zeiteinheit ist im ms gegeben.

Die Gebrauchsanweisung zum Versuch ist auf der Internetseite der Firma leybold als Download verfügbar.

Die Waage sollte am Vortag der Vorführung aufgestellt werden damit der Torsionsfaden, an dem der Spiegel aufgehängt ist, sich aushängen kann. Vor Beginn des Versuches muss die senkrechte Position noch ein paar Mal kontrolliert werden. Zur Ausnutzung eines Lichtwegs von ca. $6,5\text{ m}$ hat sich die Nutzung der Tische in der 2. Sitzreihe im großen Hörsaal bewährt. Dazu kann das Papier einer Handtuchrolle einmal über die gesamte Breite befestigt werden.

Beim Aufbau ist auf die Laserschutz-Bestimmungen zu achten.