

# Kugelflächenfunktionen

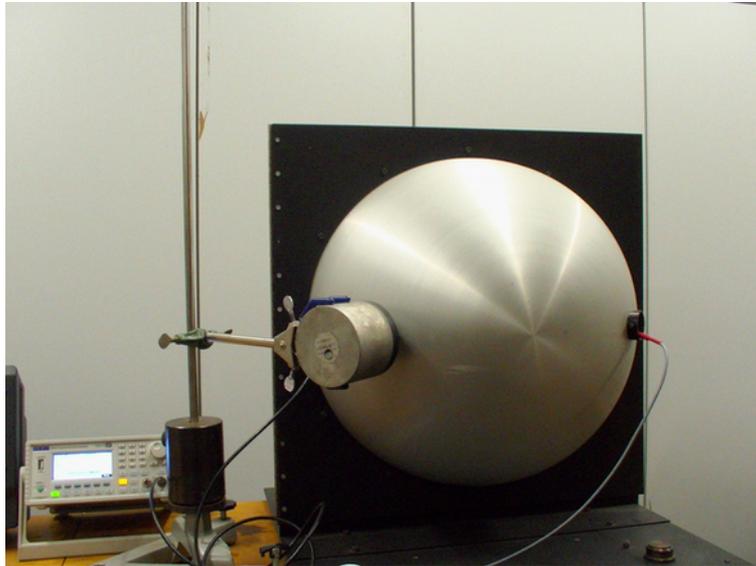


Abb. 1: Versuchsaufbau

## Geräteliste:

Ulbricht-Kugel, Druckkammerlautsprecher, Frequenzgenerator, Mikrofon, Oszilloskop

## Versuchsbeschreibung:

Mit einem Sweep zwischen 200 Hz und 4 kHz wird ein akustisches Signal in die Ulbricht-Kugel gegeben. Die Resonanzfrequenzen werden mit dem Oszilloskop aufgenommen. Die gemessenen Resonanzen lassen sich mit der gleichen Mathematik berechnen, mit der auch die Eigenzustände des Wasserstoffatoms berechnet werden.

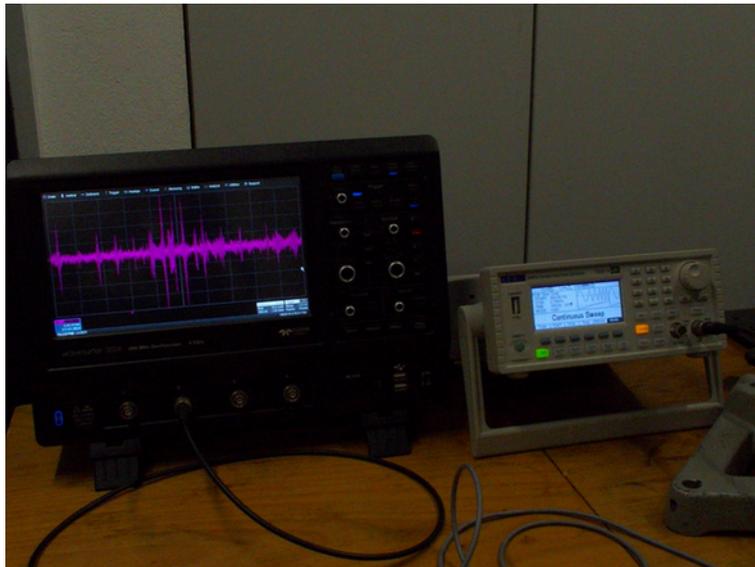


Abb. 2. Frequenzgenerator und Oszilloskop.

Als Folie liegen die Berechnungen vor und können mit der Messung verglichen werden. Eine verblüffend gute Übereinstimmung zeigt sich.

#### Bemerkungen:

Die Lösung der Wellengleichung für einen Kugelhohlraum mit den Koordinaten  $(r, \theta, \phi)$  lautet mit der Schallgeschwindigkeit  $c$ , und dem Radius  $r$ :

$$\Phi(r) = \frac{c}{\sqrt{r}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$$

Hier ist mit  $\Phi$  ein Potenzial eingeführt, aus dem Schalldruck und Schallschnelle (Bewegungsgeschwindigkeit der Moleküle, auch in einer Stehenden Welle) abgeleitet werden können. Die Randbedingungen für  $k$  ergeben sich aus der Ableitung an der Stelle  $r = a$  (Kugelradius) für  $\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0$ . Der Ausdruck  $J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$  bezeichnet eine Besselfunktion 1. Art und  $l + \frac{1}{2}$ -ter Ordnung.

Die Idee zu dem Versuch stützt sich auf ein Paper aus dem American Journal of Physics, Vol. 78, No. 6, June 2010 von Daniel A. Russel.

Zuletzt gemessene Resonanzfrequenzen (WiSe 17/18):  
(in Hz)

435  
722  
973  
1219  
1284  
1455  
1573

1668  
1692  
1852  
1934  
1989  
2125  
2291  
2350  
2544  
2618  
2647  
2900  
3161  
3421  
3652  
3673  
3685  
3893  
3986  
4051