

# Messung von Magnetfeldern

## Stichworte:

Magnetfeld, magnetische Feldstärke, magnetischer Fluss, magnetische Induktion, Induktionsspannung, magnetisches Moment, BIOT-SAVART-Gesetz, HELMHOLTZ-Spulen, Anti-HELMHOLTZ-Spulen (MAXWELL-Spulen).

## Messprogramm:

Homogenität des Magnetfeldes in HELMHOLTZ-Spulen, linear variierendes Magnetfeld in Anti-HELMHOLTZ-Spulen, Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes, stationäres Magnetfeld eines Hufeisenmagneten mit rotierenden Induktionsspulen.

## Literatur:

- /1/ DEMTRÖDER, W.: „Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik“, Springer, Berlin u.a.
- /2/ TIPLER, P. A.: „Physik“, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg u. a.

## 1 Einleitung

Die Messung von Magnetfeldern ist Gegenstand dieses Versuches. Wir werden dabei drei einfache Messmethoden beschränken. Die erste Methode nutzt die Tatsache aus, dass ein magnetisierter Körper, z. B. eine Magnetonadel, der mit beliebiger Orientierung in ein Magnetfeld eingebracht wird, in diesem Feld ein Drehmoment erfährt. Die zweite Methode benutzt die Tatsache, dass eine Änderung des magnetischen Flusses in einer in das Magnetfeld eingebrachten Spule eine Spannung induziert. Nach diesem Prinzip wurde beispielsweise bis in die 90er Jahre die auf Computer-Festplatten gespeicherte Information ausgelesen. Heute arbeiten nur noch die Schreibköpfe der Festplatten induktiv, während für das Auslesen der magneto-resistive Effekt genutzt wird, d. h. die Änderung des elektrischen Widerstandes dünner magnetischer Schichten in Abhängigkeit von der Orientierung eines äußeren Magnetfeldes. Für die Entdeckung dieses Effektes<sup>1</sup> erhielt PETER GRÜNBERG vom Forschungszentrum Jülich zusammen mit dem Franzosen ALBERT FERT im Jahre 2007 den Nobelpreis für Physik.

Die dritte Methode beruht auf der Magnetfeldmessung mit einer HALL-Sonde. Auf diesem Messprinzip beruhen heutzutage die meisten gängigen Messgeräte.

Eine Vorbemerkung zur Nomenklatur. Wer in den gängigen physikalischen Lehrbüchern zum Stichwort *Magnetfeld* nachliest, wird feststellen, dass für die Stärke von Magnetfeldern die Vektorgrößen  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{H}$  verwendet werden und verschiedene Bezeichnungen existieren, die historisch bedingt sind. In Lehrbüchern, wird  $\mathbf{B}$  als *magnetische Flussdichte*, *magnetische Induktion* oder einfach auch als *Magnetfeld* bezeichnet und  $\mathbf{H}$  als *magnetische Feldstärke* oder auch als *magnetische Erregung* (zum Zusammenhang beider Größen siehe Gl. (4)).

## 2 Theorie

An jedem Punkt der Erde herrscht ein bestimmtes Erdmagnetfeld (Abb. 1), das nach heutiger Erkenntnis auf Konvektionsströme von Eisen im flüssigen Teil des Erdkerns („äußerer Kern“ in einer Tiefe zwischen ca. 2.000 km und 5.000 km) zurückzuführen ist, die von der Schwerkraft angetrieben werden und wie ein „Geodynamo“ wirken<sup>2</sup>. Dieses Magnetfeld lässt sich nur im Freien, fernab von störenden Bebauungen usw. messen. Innerhalb von Gebäuden wird dieses Magnetfeld teilweise abgeschirmt, teilweise überlagert durch Magnetfelder, die in dem Gebäude durch magnetisierte Materialien, elektrische Geräte usw. erzeugt werden. Betrag und Richtung dieser Magnetfelder sind oft lokal so unterschiedlich, dass selbst innerhalb eines Labors recht verschiedene resultierende Felder auftreten können.

Wir werden für die folgenden Überlegungen diese örtlichen Magnetfelder immer dann außer Betracht lassen, wenn die Stärke eines *zusätzlich* erzeugten Magnetfeldes groß gegenüber der Stärke des örtlichen Feldes ist.

<sup>1</sup> Der Effekt heißt *Riesemagnetowiderstandseffekt* oder *GMR-Effekt* (vom Englischen: *Giant Magnetoresistance*). Der Name rührt daher, dass die Widerstandsänderung bis zu 50 % betragen kann, also „riesengroß“ ist.

<sup>2</sup> siehe z. B. CHRISTENSEN, U.; TILGNER, A.: Physik Journal 1.10(2002)41-47 und STEINLE-NEUMANN, G.: Physik Journal 7.11(2008)27-32

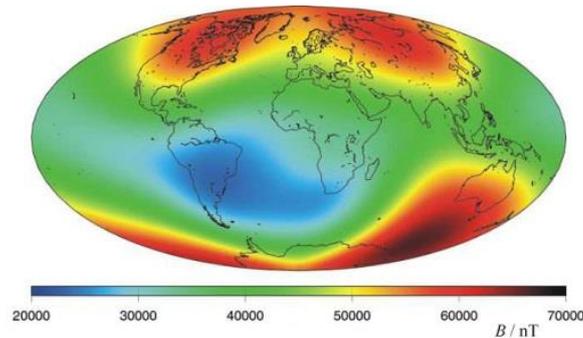


Abb. 1: Stärke des Erdmagnetfeldes  $B$  im Jahre 2000 (Quelle: NASA Planetary Geodynamics Laboratory)

## 2.1 Erzeugung homogener Magnetfelder

Zur Erzeugung von Magnetfeldern stehen zwei einfache Methoden zur Verfügung. Zum einen können wir ein Magnetfeld mithilfe eines vorher magnetisierten Körpers, z. B. eines Hufeisen- oder Stabmagneten an einer bestimmten Stelle erzeugen. („Erzeugen“ bedeutet hier: Wir bringen das immer vorhandene Feld des Magneten an den gewünschten Ort.) Die andere Methode besteht in der Erzeugung von Magnetfeldern durch stromdurchflossene Leiter.

### 2.1.1 Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters

Zur Berechnung des Magnetfeldes an einem Punkt  $P$  in der Umgebung eines dünnen stromdurchflossenen Leiters betrachten wir Abb. 2. Jedes vom Strom  $I$  durchflossene Teilstück  $ds$  des Leiters erzeugt an  $P$ , der sich im Abstand  $\mathbf{r}$  von  $ds$  befindet, ein Magnetfeldelement  $d\mathbf{B}$ , für das nach dem BIOT-SAVART-Gesetz gilt:

$$(1) \quad d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\mathbf{r} \times d\mathbf{s}}{r^3}$$

Dabei ist  $\mu_0$  die international festgelegte *magnetische Feldkonstante*:

$$(2) \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

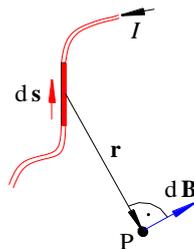


Abb. 2: Zum BIOT-SAVART-Gesetz.

Die Einheit der magnetischen Flussdichte  $\mathbf{B}$  ist nach Gl. (1) und (2):

$$(3) \quad [\mathbf{B}] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T} \quad \text{mit } 1 \text{ T} = 1 \text{ TESLA}$$

Früher war auch die Einheit GAUß (G) gebräuchlich:  $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$ .<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Einige Angaben zur Größenordnung und zu Grenzwerten: Das Erdmagnetfeld hat in unseren geografischen Breiten eine Stärke von ca.  $50 \mu\text{T}$  (vgl. Abb. 1; Horizontalkomponente ca.  $20 \mu\text{T}$ ). Um möglichen Gesundheitsgefahren durch magnetische und elektrische Wechselfelder („Elektromog“) vorzubeugen, gelten nach der 26. *Verordnung zur Durchführung des Bundes-Immissionsschutzgesetzes* (26. BImSchV) folgende Grenzwerte bei dauerhafter Exposition durch niederfrequente magnetische ( $B$ ) und elektrische ( $E$ ) Felder (Effektivwerte):  $B = 100 \mu\text{T}$  und  $E = 5 \text{ kV/m}$  bei 50 Hz (gewöhnliches Stromnetz) sowie  $B = 300 \mu\text{T}$  und  $E = 10 \text{ kV/m}$  bei  $16\frac{2}{3}$  Hz (Bahnstromanlagen). Für hochfrequente Felder, die z. B. im Bereich des Mobilfunks maßgeblich sind (Frequenz im Bereich von ca. (1 - 2) GHz), sind ebenfalls Grenzwerte festgelegt. Näheres dazu auf den Internetseiten des Bundesamtes für Strahlenschutz: [https://www.bfs.de/DE/home/home\\_node.html](https://www.bfs.de/DE/home/home_node.html).

**B** und **H** hängen in isotropen Materialien über die Beziehung

$$(4) \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

zusammen, wobei  $\mu$  die *Permeabilität* und  $\mu_r$  die materialabhängige *relative Permeabilität* ist. Sie ist für *diamagnetische* Stoffe wie z. B. Wasser etwas kleiner als 1 ( $\mu_r < 1$ ) und für *paramagnetische* Stoffe wie z. B. Luft etwas größer als 1 ( $\mu_r > 1$ ). Für *ferromagnetische* Stoffe kann  $\mu_r$  sehr große Werte annehmen ( $\mu_r \gg 1$ ): z. B. Eisen bis zu 10.000, Mu-Metall<sup>4</sup> zur Abschirmung magnetischer Felder bis zu 100.000.

Gemäß Gl. (3) und (4) ist die Einheit der magnetischen Feldstärke **H**:

$$(5) \quad [\mathbf{H}] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

### 2.1.2 Magnetfeld eines stromdurchflossenen kreisförmigen Leiters

Wir wollen nun gem. Abb. 3 den Spezialfall eines stromdurchflossenen kreisförmigen Leiters **S** vom Radius  $R$  betrachten und das Magnetfeld berechnen, das an einem Punkt **P** auf der  $z$ -Achse entsteht, die durch den Kreismittelpunkt geht und senkrecht auf der Kreisfläche steht. Dazu müssen wir alle Magnetfeldelemente  $d\mathbf{B}$  aufintegrieren, die an **P** durch die vom gleichen Strom  $I$  durchflossenen Leiterelemente  $ds$  erzeugt werden. Aus Gl. (1) folgt für **B**:

$$(6) \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_S \frac{\mathbf{r} \times d\mathbf{s}}{r^3}$$

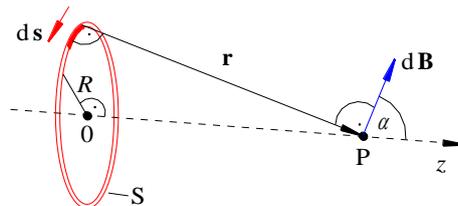


Abb. 3: Zur Magnetfeldberechnung für eine Kreisspule.

Jedes Feldelement  $d\mathbf{B}$  steht senkrecht auf  $ds$  und  $\mathbf{r}$  und bildet mit der  $z$ -Achse gem. Abb. 3 den Winkel  $\alpha$ . Wir können jedes Element in eine Komponente in  $z$ -Richtung und eine Komponente senkrecht dazu zerlegen. Da es zu jedem Leiterelement  $ds$  ein entgegengesetzt gerichtetes Leiterelement  $-ds$  gibt, folgt sofort, dass alle zur  $z$ -Richtung senkrechten Komponenten sich gegenseitig aufheben. Was bleibt, sind resultierende Magnetfeldelemente parallel zur  $z$ -Richtung, deren Beträge gem. Abb. 3 gegeben sind durch:

$$(7) \quad dB_z = dB \cos \alpha = dB \frac{R}{r}$$

Mit  $\mathbf{r} \perp d\mathbf{s}$  gilt:

$$(8) \quad |\mathbf{r} \times d\mathbf{s}| = r ds$$

und somit für die  $z$ -Komponente von **B** nach Gl. (6) bis (8):

$$(9) \quad B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{r^3} \oint_S ds$$

Mit

$$(10) \quad \oint_S ds = 2\pi R$$

und

<sup>4</sup> Mu-Metall ist eine Ni-Fe-Legierung mit Spuren anderer Metalle, z.B. 76 % Ni, 17 % Fe, 5 % Cu und 2 % Co.

$$(11) \quad r^2 = R^2 + z^2$$

erhalten wir schließlich für das resultierende Feld am Punkt P:

$$(12) \quad B_z = B = \frac{\mu_0}{2} IR^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}$$

### 2.1.3 Homogenes Magnetfeld zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen

Wir wollen nun betrachten, wie das Magnetfeld zwischen zwei gleichen Spulen vom Radius  $R$  aussieht, die vom gleichen Strom  $I$  in *gleicher Richtung* durchflossen werden und im Abstand  $d$  voneinander aufgestellt sind (Abb. 4). Wir betrachten dazu das Magnetfeld im Mittelpunkt der Anordnung, für den wir  $z = 0$  wählen. Insbesondere interessiert uns die Frage, ob es einen Abstand  $d$  gibt, bei dem das Magnetfeld in der Umgebung dieses Punktes *homogen* ist. Zur Untersuchung auf Homogenität betrachten wir die *Änderung* des Magnetfeldes  $B$  mit dem Ort  $z$ . Da diese Änderung durch die Ableitung von  $B$  nach  $z$  beschrieben wird, schreiben wir für das Feld *einer* Spule den allgemeinen Ansatz einer TAYLOR-Reihenentwicklung um den Punkt  $z = 0$  hin:

$$(13) \quad B = B(0) + z \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{z^2}{2!} \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \dots$$

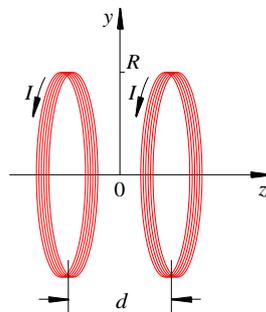


Abb. 4: Zur Anordnung von HELMHOLTZ-Spulen.

Das resultierende Feld *beider* Spulen ergibt sich dann aus der additiven Überlagerung zweier gemäß Gl. (13) zu berechnender Felder.

Betrachten wir zunächst alle *ungeraden Ableitungen*. Am Beispiel der ersten Ableitung machen wir uns klar, dass sie bei der *Addition* beider Felder aus Symmetriegründen verschwinden müssen: denn jeder Änderung von  $B$  in  $\pm z$ -Richtung durch *eine* Spule steht eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Änderung durch die andere Spule gegenüber.

Für die Forderung nach Homogenität des Magnetfeldes reicht es daher zu verlangen, dass alle *geraden Ableitungen* verschwinden. Wir definieren das Feld dann als homogen, wenn die 2. Ableitung verschwindet, wenn also gilt:

$$(14) \quad \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = 0$$

Setzen wir Gl. (12) in Gl. (14) ein, so finden wir die Position  $z = z_0$  für *eine* Spule, bei der Gl. (14) erfüllt ist:

$$(15) \quad z_0 = \frac{R}{2}$$

Bringen wir demnach *zwei* Spulen mit je  $n$  Windungen an die Positionen  $z = +R/2$  und  $z = -R/2$ , also im Abstand  $d = 2z_0 = R$  voneinander an, so erhalten wir in der Umgebung des Mittelpunktes der Anordnung ein homogenes Magnetfeld, das wir durch Einsetzen von Gl. (15) in Gl. (12) und Multiplikation mit  $2n$  (2 Spulen mit je  $n$  Windungen) berechnen können:

$$(16) \quad B_z = \mu_0 \frac{nI}{R} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Zwei derart angeordnete Spulen heißen *HELMHOLTZ-Spulen*.

### 2.1.4 Magnetfeld zwischen zwei Anti-HELMHOLTZ-Spulen

Werden die beiden Spulen einer HELMHOLTZ-Anordnung in gegensinniger Richtung von Strom durchflossen (Anti-HELMHOLTZ-Spulen oder MAXWELL-Spulen), so ergibt sich ein Magnetfeld, das in der Umgebung von  $z = 0$  einen konstanten Feldgradienten hat: die Feldstärke ändert sich linear in  $z$ -Richtung; sie ist 0 für  $z = 0$ . Magnetfelder mit konstantem Gradienten werden z. B. in magneto-optischen Fallen zur Kühlung und Speicherung von Atomen eingesetzt.

## 2.2 Drehmoment im Magnetfeld

Wir betrachten eine Magnetnadel, die sich unter dem Winkel  $\theta$  in einem Magnetfeld  $\mathbf{B}$  befindet (Abb. 5). Auf die Nadel wirkt das Drehmoment  $\mathbf{T}$ , über das das magnetische Moment  $\mathbf{M}$  der Nadel definiert ist:

$$(17) \quad \mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

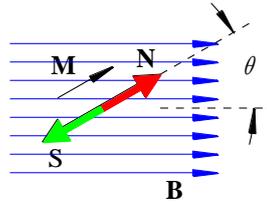


Abb. 5: Magnetnadel mit magnetischem Moment  $\mathbf{M}$  im Magnetfeld  $\mathbf{B}$  (N: Nordpol, S: Südpol).

Für den Betrag  $T$  des Drehmoments gilt:

$$(18) \quad T = MB \sin \theta$$

#### Frage 1:

- Welche Einheit hat das magnetische Moment  $M$ ? (Herleitung aus Gl. (18).)

Den Zusammenhang aus Gl. (17) können wir ausnutzen, um ein Messgerät für die magnetische Feldstärke  $\mathbf{B}$  aufzubauen. Dazu bringen wir eine reibungsarm aufgehängte Magnetnadel in das zu vermessende Magnetfeld. Aus der Gleichgewichtslage der Nadel können wir die Richtung von  $\mathbf{B}$  ablesen. Zur Messung des Betrages von  $\mathbf{B}$  lenken wir die Nadel um einen *kleinen* Winkel  $\theta$  gegenüber ihrer Gleichgewichtslage aus. Lassen wir die Nadel anschließend los, so führt sie infolge des rüctreibenden Drehmomentes  $\mathbf{T}$  eine harmonische Schwingung um ihre Gleichgewichtslage aus. Ist  $J$  das *Trägheitsmoment* der Nadel, so gilt bei Vernachlässigung der Reibung für diese Schwingungsbewegung die bekannte Bewegungsgleichung (Differentialgleichung)<sup>5</sup>:

$$(19) \quad J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -T$$

Setzen wir Gl. (18) in Gl. (19) ein, so erhalten wir für kleine Winkel  $\theta$ :

$$(20) \quad J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -MB \sin \theta \approx -MB \theta$$

Diese Differentialgleichung wird bekanntlich durch die Funktion

$$(21) \quad \theta = \theta_0 \cdot e^{i\omega t}$$

gelöst, die eine Schwingung mit der Amplitude  $\theta_0$  und der Kreisfrequenz

<sup>5</sup> Analog zum HOOKEschen Gesetz  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F_r [= -D x]$ , mit dem die ungedämpfte harmonische Schwingung einer Masse  $m$  an einer Feder beschrieben wird ( $F_r$ : rüctreibende Kraft,  $D$ : Federkonstante,  $x$ : Schwingungsrichtung).

$$(22) \quad \omega = \sqrt{\frac{MB}{J}}$$

$\omega$  darstellt<sup>6</sup>. Für die Periodendauer  $\tau$  der Schwingung ergibt sich dann:

$$(23) \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{J}{MB}}$$

Sind demnach  $J$  und  $M$  bekannt (z. B. aus Vorversuchen in bekannten Magnetfeldern), so lässt sich aus der Messung der Periodendauer  $\tau$  gem. Gl. (23) die magnetische Feldstärke  $B$  bestimmen.

### 2.3 Messung von Magnetfeldern mit Induktionsspulen

Neben der in Kap. 2.2 beschriebenen Möglichkeit, aus der Kraftwirkung von Magnetfeldern auf Magneten die magnetische Flussdichte zu bestimmen, gibt es weitaus praktikablere elektrische Messverfahren, von denen wir die Induktionsmethode beschreiben wollen.

Wir betrachten gem. Abb. 6 eine Spule mit der Querschnittsfläche  $A$ , die sich in einem Feld  $\mathbf{B}$  befindet. Der *magnetische Fluss*  $\phi$  durch die Fläche  $A$  ist per Definition:

$$(24) \quad \phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A}$$

Ist das Feld  $\mathbf{B}$  über die Fläche  $A$  homogen, so vereinfacht sich Gl. (24) zu:

$$(25) \quad \phi = BA \cos(\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A}))$$

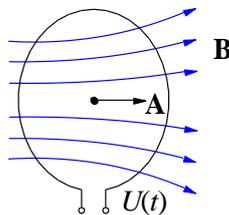


Abb. 6: Zur Definition des magnetischen Flusses.

Bekanntlich führt eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch die Spule dazu, dass in der Spule eine Induktionsspannung  $U$  erzeugt wird. Hat die Spule  $n$  Windungen, so gilt:

$$(26) \quad U(t) = -n \frac{d\phi}{dt}$$

Die Änderung des magnetischen Flusses  $\phi$  kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen kann sich die magnetische Flussdichte selbst mit der Zeit ändern, z. B. periodisch mit der Kreisfrequenz  $\omega_b$  und der Amplitude  $B_0$ :

$$(27) \quad B = B_0 \cos \omega_b t$$

In diesem Fall gilt unter der Voraussetzung  $\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A}) = 0^\circ$  und damit  $\cos(\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A})) = 1$  für den magnetischen Fluss nach Gl. (25):

$$(28) \quad \phi = B_0 A \cos \omega_b t$$

---

<sup>6</sup> Analog zu  $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$  bei einer ungedämpften mechanischen Schwingung, vgl. Fußnote 5.

und damit für die Induktionsspannung nach Gl. (26):

$$(29) \quad U(t) = n\omega_b AB_0 \sin \omega_b t = U_0 \sin \omega_b t$$

mit

$$(30) \quad U_0 = n\omega_b AB_0$$

Gl. (30) bietet somit die Gelegenheit, mithilfe der Messung von  $U_0$  und  $\omega_b$  bei bekanntem  $n$  und  $A$  die Amplitude  $B_0$  der magnetischen Flussdichte zu bestimmen.

Eine Änderung des magnetischen Flusses kann aber z. B. auch dadurch verursacht werden, dass eine Induktionsspule in einem *stationären* (also zeitlich konstanten) Magnetfeld  $B$  mit der Kreisfrequenz  $\omega_s$  gedreht wird. In diesem Fall gilt für den magnetischen Fluss gem. Gl.(25):

$$(31) \quad \phi = BA \cos \omega_s t$$

und für die Induktionsspannung gem. Gl. (26):

$$(32) \quad U(t) = n\omega_s BA \sin \omega_s t = U_0 \sin \omega_s t$$

mit

$$(33) \quad U_0 = n\omega_s BA$$

Mit Hilfe von Gl. (33) lässt sich demnach durch Messung von  $U_0$  und  $\omega_s$  bei bekanntem  $n$  und  $A$  die Stärke  $B$  des stationären Magnetfelds bestimmen.

## 2.4 Messung von Magnetfeldern mit HALL-Sonden

Folgende Aufgaben und Fragen sind als Vorbereitung auf diesen Versuch gedacht. Ziel ist es, dass sie sich die Theorie und das Messprinzip im Vorfeld selber erarbeiten, so dass Sie in der Lage sind, entsprechende Messungen mit einer kommerziell erhältlichen HALL-Sonde selbstständig durchzuführen.

### **Frage 2:**

Wie funktioniert eine HALL-Sonde? (Beschreiben Sie das zugrunde liegende physikalische Prinzip).

### **Frage 3:**

Was versteht man unter axialen und transversalen HALL-Sonden?

### **Frage 4:**

Welche HALL-Sonden verwenden Sie jeweils für die Messungen unter 3.1, 3.2 und 3.3 ? (Schauen Sie sich bitte auf der Internetseite des Anbieters<sup>7</sup> der Firma „Projekt Elektronik“ die entsprechenden Datenblätter der im Praktikum verfügbaren Sonden AS-UAP GEO-X, AS-LAP, AS-NTM an und entscheiden und begründen Sie).

---

<sup>7</sup> <https://www.projekt-elektronik.de/>

### 3 Versuchsdurchführung

#### Zubehör:

HELMHOLTZ-Spulen ( $n = 100$ ,  $R = (75 \pm 2)$  mm) in Halterung, Netzgerät (PHYWE (0 – 30) V / 2 A), Induktionsspule ( $n = 1500$ ) an PVC-Stab, Halterung für Induktionsspule auf Dreieckschiene, Magnetonadel auf Nadelspitze, Induktionsspulen ( $n = 2.000$ , 5.000 und 8.000) mit Antriebsmotor und Netzgerät (PHYWE (0 – 15) V / 5 A), Hufeisenmagnet, Digital-Speicheroszilloskop TEKTRONIX TBS 1102B - EDU, Operationsverstärker auf Steckplatine mit Bestückungszubehör und Netzgerät (PHYWE (0 - 15 / 30) V), Leistungstransistor BD 139 mit  $100 \Omega$  Basis-Vorwiderstand auf Kühlblech, Funktionsgenerator (TOELLNER 7401), Stoppuhr, Amperemeter, Messschieber. Teslameter FM 302 (Firma: Projekt Elektronik<sup>8</sup>, Berlin) mit AS-Aktivsonden AS-UAP GEO-X, AS-LAP, AS-NTM).

#### 3.1 Homogenes Magnetfeld in HELMHOLTZ-Spulen

In diesem Versuchsteil soll der räumliche Verlauf und die Homogenität des Magnetfeldes zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen vermessen werden, die in gleicher Richtung vom Strom  $I$  durchflossen werden. Die Messung des Magnetfeldes erfolgt mit einer Induktionsspule mit  $n = 1500$  Windungen. Die Spule befindet sich an einem PVC-Stab und kann mit Hilfe einer auf einer Dreieckschiene montierten Halterung in  $x$ -Richtung verschoben werden (Abb. 7). Um in der Induktionsspule eine Spannung zu induzieren, wird bei diesem Versuch gem. Gl. (27) mit einem magnetischen Wechselfeld gearbeitet, das durch Anlegen eines Wechselstroms an die HELMHOLTZ-Spulen erzeugt wird.

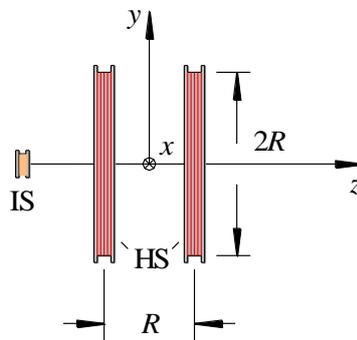


Abb. 7: Anordnung zur Messung des Magnetfeldes von HELMHOLTZ-Spulen (HS) mit einer Induktionsspule (IS).

Da der Strom, der durch die Spulen fließt, bis zu 1 A beträgt, können die Spulen nicht direkt an einen Funktionsgenerator angeschlossen werden, der bei solchen Strömen überlastet wäre. Es muss daher zunächst eine einfache *Stromverstärkungsschaltung* gem. Abb. 8 mit Hilfe eines OPs und eines Leistungstransistors (Typ BD139) aufgebaut werden. Der Transistor ist auf einem Kühlblech montiert und mit dem  $100 \Omega$ -Vorwiderstand für die Basis ausgestattet.

Der Funktionsgenerator FG liefert eine sinusförmige Wechselspannung  $U_{FG}$  mit einer Frequenz von ca. 200 Hz und einer Amplitude von ca. 1 V. Mithilfe des DC-Offsets am Funktionsgenerator wird der *Arbeitspunkt* des Transistors so eingestellt, dass an den HELMHOLTZ-Spulen eine möglichst unverzerrte sinusförmige Wechselspannung anliegt (überprüfen mit dem Oszilloskop) und der am Netzgerät angezeigte Strom durch die Spulen im Bereich 0,5 A liegt<sup>9</sup>.

Anschließend wird mit dem Oszilloskop die Amplitude der in der Induktionsspule induzierten Spannung (Größenordnung einige 10 mV) gemessen. Dabei wird die Position der Induktionsspule in 5 mm-Schritten in folgenden Bereichen variiert (s. Abb. 7):

$$-R \leq z \leq R \quad (y = 0, \quad x = 0)$$

Mit Hilfe von Gl. (30) wird die jeweilige Amplitude  $B_0$  der magnetischen Feldstärke berechnet. Dazu müssen der Innen- und Außendurchmesser der Induktionsspule zur Bestimmung ihrer mittleren Querschnittsfläche  $A$  berücksichtigt werden (werden von der techn. Assistenz gegeben);  $\omega_b$  wird am Oszilloskop abgelesen. Schließlich wird  $B_0$  mit Fehlerbalken über der normierten Ortskoordinate  $x/R$  aufgetragen.<sup>10</sup>

<sup>8</sup> <http://www.projekt-elektronik.de/teslameter-gaussmeter/> (20.03.2020)

<sup>9</sup> Die Spulen werden von einem Wechselstrom durchflossen. Die Anzeige des Netzgerätes zeigt wegen ihrer Trägheit einen mittleren Wert an, der hier als Orientierungswert gilt.

<sup>10</sup>  $B_0$  ist die Amplitude der Komponente von  $\mathbf{B}$ , die parallel zu  $\mathbf{A}$  steht, s. Gl. (25). Mit der Induktionsspule wird ein Mittelwert von  $B_0$  über die Querschnittsfläche der Spule gemessen.

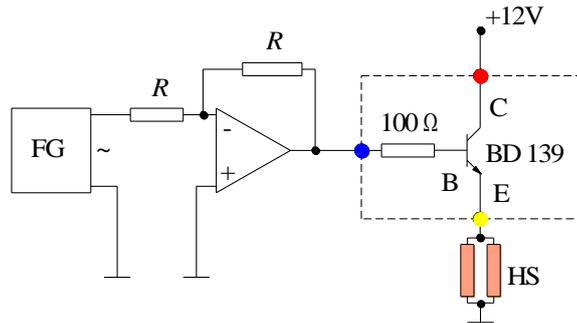


Abb. 8: Schaltung zur Erzeugung eines magnetischen Wechselfeldes in einer Anordnung von HELMHOLTZ-Spulen (HS) ( $R \approx 620 \Omega$ , Betriebsspannung des OPs nicht mitgezeichnet). Die farbigen Punkte markieren die Anschlussbuchsen des Leistungstransistors BD 139.

**Hinweis:**

Das Digital-Speicheroszilloskop erzeugt ein eigenes Magnetfeld, das die Messung mit der Induktionsspule empfindlich stören kann. Deshalb muss zwischen Spule und Oszilloskop ein möglichst großer Abstand von ca. (1 – 2) m eingehalten werden!

**Frage 5:**

Wie würden Sie die mittlere Querschnittsfläche berechnen? Leiten Sie die entsprechende Formel her.

Wiederholen Sie die entsprechende Messung mit einer HALL-Sonde und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Messungen mit der Induktionsspule. Stellen Sie beide Resultate in einem gemeinsamen Diagramm dar inkl. Fehlerbalken<sup>11</sup> für die einzelnen Messpunkte. Beachten Sie bitte hierbei, daß die Messung im AC-Modus des Teslameters vorgenommen werden sollte. Die beiden HELMHOLTZ-Spulen sind dabei in Reihe geschaltet.

### 3.2 Messung der Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes

Mithilfe der unter 2.2 beschriebenen Methode soll die Horizontalkomponente  $B_h$  des am Labor-Arbeitsplatz herrschenden Magnetfeldes gemessen werden<sup>12</sup>. Dazu wird mithilfe einer Magnetnadel, die in die Mitte zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen gestellt wird, zunächst die Richtung dieser Horizontalkomponente bestimmt (die HELMHOLTZ-Spulen sind dabei stromlos). Die Spulen werden danach so ausgerichtet, dass die  $z$ -Achse in Richtung der Magnetnadel verläuft. Anschließend wird ein Gleichstrom  $I$  aus einem Netzgerät an die HELMHOLTZ-Spulen angelegt, wodurch ein stationäres Magnetfeld  $B_s(I)$  in  $z$ -Richtung erzeugt wird, dessen Stärke und Vorzeichen vom Betrag und der Richtung von  $I$  abhängt. Das resultierende Horizontal-Feld  $B_r$  am Ort der Magnetnadel beträgt damit:

$$(34) \quad B_r = B_h + B_s(I)$$

Es gibt demnach einen Strom  $I_0$ , bei dem  $B_r$  verschwindet, wenn nämlich gilt:

$$(35) \quad B_h = -B_s(I = I_0)$$

Den Strom  $I = I_0$  findet man auf folgende Weise: Der Gleichstrom  $I$  durch die HELMHOLTZ-Spulen wird in 0,1 A-Schritten im Bereich  $0,1 \text{ A} \leq I \leq 0,6 \text{ A}$  variiert. Für jede eingestellte Stromstärke (Messung mit Amperemeter) wird die Magnetnadel um einen kleinen Winkel  $\theta$  aus der Ruhelage ausgelenkt. Nach dem Loslassen führt die Nadel eine periodische Schwingung aus, deren Periodendauer  $\tau$  mit der Stoppuhr gemessen wird (Mittelwert über 10 Perioden). Diese Messung wird für jede Stromstärke viermal durchgeführt. Aus den vier Messwerten für  $\tau$  werden der Mittelwert  $\bar{\tau}$  und die Standardabweichung der Einzelmessung  $\sigma_\tau$  bestimmt.

<sup>11</sup> Beachten Sie, dass sich die maximale Messwertungenauigkeit der HALL-Sonden Messung aus der Ungenauigkeit des Sensors und des Teslameters additiv zusammensetzt. Entsprechende Informationen finden Sie in den Datenblättern der Sonden und des Teslameters.

<sup>12</sup> Für diese Messung müssen elektrische Geräte ca. (0,5 – 1) m vom Ort der Messung entfernt sein, damit die von ihnen erzeugten Magnetfelder das Messergebnis nicht nennenswert beeinflussen.

Gem. Gl. (23) ist  $\bar{\tau}^2 \sim B^{-1} \sim I^{-1}$ . Trägt man demnach  $\bar{\tau}^{-2}$  (mit Fehlerbalken) über  $I$  auf, ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen beiden Größen. Mithilfe einer linearen Regression lässt sich somit die Stromstärke  $I_0$  ermitteln, bei der  $\bar{\tau}^{-2} \rightarrow 0$ , also  $\bar{\tau} \rightarrow \infty$  und damit  $B_r \rightarrow 0$  geht.

Aus dem Wert für  $I_0$  wird mit Gl. (16) das gesuchte stationäre Magnetfeld  $B_s = -B_h$  berechnet ( $R$  siehe Versuchszubehörliste). Dabei ist zu beachten, dass der gemessene Strom sich zu gleichen Teilen auf beide HELMHOLTZ-Spulen aufteilt (Knotenregel).

Versuchen Sie mit der entsprechenden HALL-Sonde die Horizontal- und Vertikalkomponente des örtlichen Magnetfeldes zu bestimmen. Untersuchen Sie quantitativ die Winkelabhängigkeit (Größe des örtlichen Magnetfeldes von der Winkelstellung der Sonde). Benutzen Sie den bereitgestellten Sondenhalter.

#### Frage 6:

Was fällt Ihnen dabei auf? Begründen Sie Ihr Ergebnis und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Erwartungen.

### 3.3 Messung eines stationären Magnetfeldes mit Induktionsspulen u. Hall-Sonde

Das stationäre Magnetfeld eines Hufeisenmagneten zwischen seinen beiden Polen soll mit Induktionsspulen gemessen werden (Abb. 9). Die Induktionsspulen ( $n = 2000, 5000, 8000$ ) werden jeweils auf der Achse eines Motors befestigt, die mit einer Frequenz von ca. 50 Hz rotiert.<sup>13</sup> Die Anschlüsse der Induktionsspulen sind mit Hilfe von Schleifkontakten (Kohlebürsten) mit zwei feststehenden Anschlusskontakten elektrisch verbunden. Die Amplitude  $U_0$  der an diesen Kontakten abgreifbaren Induktionsspannung sowie die Rotationsfrequenz  $f_s$  werden mit dem Oszilloskop gemessen ( $U_0$  liegt im Bereich einiger V).

Aus diesen Messdaten und den geometrischen Daten der Spulen wird anschließend für jede Spule das Magnetfeld  $B$  berechnet. Dabei wird für  $A$  jeweils die mittlere Querschnittsfläche einer Spulenwindung eingesetzt und vorausgesetzt, dass  $\mathbf{B}$  über diese Fläche homogen ist. Zur Ermittlung der Fläche  $A$  muss der Außendurchmesser des leeren ( $d_l$ ) und des umwickelten ( $d_w$ ) Spulenkörpers bekannt sein.  $d_l$  wird an einer Musterspule mit dem Messschieber gemessen. Die Werte für  $d_w$  werden bei Versuchsdurchführung bekannt gegeben.

Die für die unterschiedlichen Induktionsspulen ermittelten Werte für  $B$  werden voneinander abweichen. Die Abweichungen lassen sich aus der Geometrie der Spulen erklären. Zum einen liefert die Rechnung mit einer mittleren Querschnittsfläche nur eine Näherungslösung für  $B$ , zum anderen sind die Spulen herstellungsbedingt nicht gleichmäßig gewickelt. Bei genauem Hinsehen wird man feststellen, dass sich in der Spulenmitte mehr Windungen befinden als an den Rändern. Die einzelnen Windungen liefern deshalb einen unterschiedlichen Beitrag zum resultierenden Magnetfeld.

Bestimmen Sie zusätzlich mit der entsprechend gewählten Hall-Sonde die Größe des Magnetfeldes in der Mitte des Hufeisenmagneten.

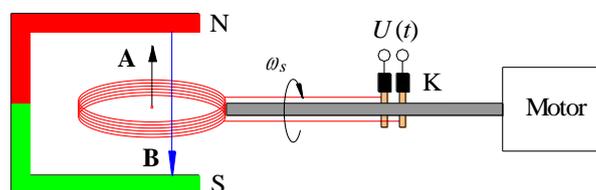


Abb. 9: Messung eines stationären Magnetfeldes  $B$  in einem Hufeisenmagneten mit einer rotierenden Induktionsspule der Querschnittsfläche  $A$ . Die Induktionsspannung  $U(t)$  wird über Schleifkontakte (Kohlebürsten)  $K$  abgenommen.

<sup>13</sup> Die Drehzahlregelung des Motors erfolgt über seine Betriebsspannung, die einem Gleichspannungsnetzgerät entnommen wird. Die Strombegrenzung am Netzgerät wird auf 5 A eingestellt.