

# Oberflächenspannung, Minimalflächen und Kaffeeflecken

## Stichworte:

VAN DER WAALS-Kräfte, spezifische Oberflächenenergie, Oberflächenspannung, Minimalflächen, Kapillarität, Kontaktwinkel, Kohäsion, Adhäsion, Abreißmethode, Blasendruckmethode.

## Messprogramm:

Beobachtung von Minimalflächen, Beobachtung des Stofftransports bei der Verdunstung eines Flüssigkeitstropfens, Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode und der Blasendruckmethode, Innendruck in Gasblasen.

## Literatur:

- /1/ DEMTRÖDER, W.: „Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme“, Springer-Verlag, Berlin u.a.
- /2/ EICHLER, H. J., KRONFELDT, H.-D., SAHM, J.: „Das Neue Physikalische Grundpraktikum“, Springer-Verlag, Berlin u.a.
- /3/ WALCHER, W.: „Praktikum der Physik“, Teubner Studienbücher, Teubner-Verlag, Stuttgart

## 1 Einleitung

Viele werden sich noch an das Experiment aus der Kindheit erinnern, bei dem eine Stecknadel auf eine Wasseroberfläche gelegt wurde und nicht versank. Oder an die Beobachtung von Insekten, die über die Wasseroberfläche eines Teiches laufen können, ohne einzusinken. Beide Erscheinungen sind Folge der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten, um deren quantitative Messung es in diesem Versuch geht.

## 2 Theorie

Zwischen den Molekülen im Innern einer Flüssigkeit herrschen verschiedene Wechselwirkungskräfte, vor allem die VAN DER WAALS-Kräfte elektrostatischen Ursprungs. Diese Wechselwirkungskräfte haben eine sehr kurze Reichweite im Bereich von  $10^{-9}$  m und bewirken den Zusammenhalt der Moleküle untereinander (Kohäsionskräfte). Sie sind deutlich größer als die Wechselwirkungskräfte, die zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und den Molekülen eines über der Flüssigkeitsoberfläche liegenden Gases (z. B. Luft) auftreten (Adhäsionskräfte). Das führt zu der in Abb. 1 dargestellten Situation: Auf die Moleküle im Innern der Flüssigkeit wirken gleich große Kräfte in alle Raumrichtungen, die sich in ihren Wirkungen gegenseitig aufheben, die resultierende Kraft  $\mathbf{F}_R$  ist null. In einer dünnen Schicht an der Oberfläche der Flüssigkeit verbleibt jedoch eine resultierende, ins Innere der Flüssigkeit gerichtete Kraft  $\mathbf{F}_R \neq 0$ , die auf der Flüssigkeitsoberfläche senkrecht steht.

Soll die Oberfläche der Flüssigkeit vergrößert werden, indem Flüssigkeitsmoleküle aus dem Innern der Flüssigkeit an die Oberfläche gebracht werden, so muss gegen diese Kraft  $\mathbf{F}_R$  Arbeit geleistet werden; die potentielle Energie der Moleküle wird erhöht. Hieraus lässt sich sofort ein wichtiger Schluss ziehen: da ein Gleichgewichtszustand durch ein Minimum an potentieller Energie gekennzeichnet ist, nehmen Flüssigkeitsoberflächen ohne Einwirkung äußerer Kräfte *Minimalflächen* ein. Eindrucksvolle Minimalflächen lassen sich einfach demonstrieren, indem z.B. unterschiedlich geformte Draht- oder Kunststoffgestelle in Seifenwasser eingetaucht und anschließend herausgezogen werden. Die sich dabei ausbildenden Seifenhautlamellen zwischen den Drähten bzw. Stegen stellen Minimalflächen dar.

Die zur Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche um den Betrag  $\Delta A$  erforderliche Arbeit sei  $\Delta W$ . Der Quotient beider Größen,

$$(1) \quad w = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

heißt *spezifische Oberflächenenergie* oder *Oberflächenenergiedichte*, ihre Einheit ist  $[w] = \text{J/m}^2$ .

Abb. 2 zeigt eine mögliche Anordnung zur Messung der spezifischen Oberflächenenergie. Zwischen den Schenkeln eines dünnen, U-förmigen Drahtbügels (grau) mit der Breite  $L$  gleitet ein verschiebbarer Draht (gelb), der sich anfänglich im Abstand  $s$  vom oberen Rand des Bügels befindet. Zwischen Bügel und Draht

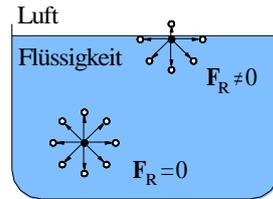


Abb. 1: Zur Entstehung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten, hier an der Grenzfläche zwischen einer Flüssigkeit und Luft.  $\mathbf{F}_R$ : resultierende Kraft auf Flüssigkeitsmolekül.

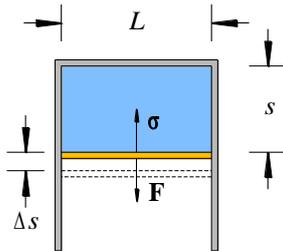


Abb. 2: Zur Definition der Oberflächenspannung.

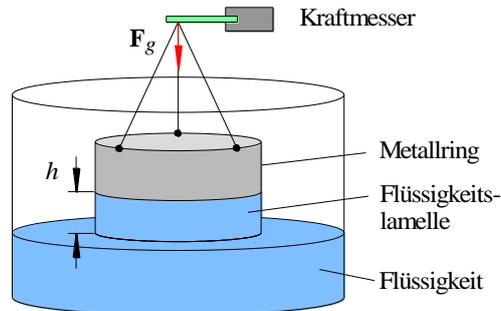


Abb. 3: Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode.

befinde sich eine Flüssigkeitsoberfläche mit der Fläche  $2A = 2Ls$ , beispielsweise eine Seifenhautlamelle (Faktor 2 wegen Vorder- und Rückseite der Oberfläche). Durch Einwirkung einer Kraft  $\mathbf{F}$  wird der verschiebbare Draht um die kleine Strecke  $\Delta s$  verschoben und damit die Oberfläche um  $\Delta A = 2L\Delta s$  vergrößert. Die dazu erforderliche Arbeit  $\Delta W$  ist mit  $F = |\mathbf{F}|$ :

$$(2) \quad \Delta W = F \Delta s$$

Mit Gl. (1) folgt daraus für die *spezifische Oberflächenenergie*

$$(3) \quad w = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F \Delta s}{2L\Delta s} = \frac{F}{2L}$$

Berücksichtigt man die Vektoreigenschaft der Kraft  $\mathbf{F}$ , so erhält man die vektorielle Größe *Oberflächenspannung*  $\boldsymbol{\sigma}$ :

$$(4) \quad \boldsymbol{\sigma} = -\frac{\mathbf{F}}{2L}$$

mit der Einheit  $[\boldsymbol{\sigma}] = \text{N/m} = \text{J/m}^2$ <sup>1</sup>. Wie aus Abb. 2 ersichtlich, ist die Oberflächenspannung tangential zur Oberfläche gerichtet. Der Betrag der Oberflächenspannung,  $\sigma = |\boldsymbol{\sigma}|$ , ist identisch mit der spezifischen Oberflächenenergie  $w$ :  $w = \sigma$ . In der Praxis gebräuchlich ist der Begriff der „Oberflächenspannung“ für den Betrag  $\sigma$ ; so werden auch wir ihn im Folgenden verwenden.

## 2.1 Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode

Eine häufig verwendete Anordnung zur Messung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten gegen Luft zeigt Abb. 3. Ein dünnwandiger zylindrischer Ring mit dem Radius  $r$ , der Wanddicke  $d$  und der Masse  $m$  wird an einen Kraftmesser gehängt und in die Flüssigkeit eingetaucht. Anschließend wird der Ring durch Absenken des Flüssigkeitsbehälters aus der Flüssigkeit herausgezogen. Dadurch entsteht zwischen Ring und Flüssigkeitsoberfläche eine Flüssigkeitslamelle. Um den Ring in der Höhe  $h$  zu halten, ist die Kraft  $F(h)$  erforderlich. Wir wollen annehmen, dass wir den Ring, ausgehend von der Höhe  $h$ , gerade noch um

<sup>1</sup> Im Gegensatz zur Oberflächenspannung mit der Einheit N/m ist eine *mechanische Spannung*, z.B. die auf einen Stab wirkende Zugspannung, als Kraft  $F$  pro Fläche  $A$  definiert, also  $\sigma = F/A$  mit der Einheit  $[\sigma] = \text{N/m}^2$ .

ein kleines Stück  $\Delta h$  bis auf die Höhe  $h_0$  aus der Flüssigkeit herausziehen können, ohne dass die Lamelle sich einschnürt und schließlich abreißt. Die hierfür erforderliche Arbeit ist

$$(5) \quad \Delta W = F(h_0) \Delta h,$$

durch die die Lamellenoberfläche um

$$(6) \quad \Delta A = 2 \times 2 \pi r \Delta h$$

vergrößert wird. Damit ergibt sich für die Oberflächenspannung:

$$(7) \quad \sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F(h_0) \Delta h}{2 \times 2 \pi r \Delta h} = \frac{F(h_0)}{4 \pi r}$$

Mit Hilfe dieser *Abreißmethode* lässt sich durch Messen der maximalen Kraft  $F := F(h_0)$ , bei der die Lamelle sich noch nicht einschnürt und schließlich abreißt und des Ringradius  $r$  die Oberflächenspannung  $\sigma$  von Flüssigkeiten gegen Luft bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass der Kraftmesser die Gesamtkraft  $F_g$

$$(8) \quad F_g = F + mg$$

anzeigt, wobei  $m$  die Masse des Ringes einschließlich Halterung und  $g$  die Erdbeschleunigung ist. Die in Gl. (7) einzusetzende Kraft  $F$  ist also:

$$(9) \quad F = F_g - mg$$

Soweit die Theorie. In der Praxis muss der mit Gl. (7) ermittelte Wert noch mit einem Korrekturfaktor  $f$  multipliziert werden, den wir hier ohne Herleitung angeben und als fehlerfrei annehmen<sup>2</sup>:

$$(10) \quad f = 0,725 + \sqrt{\frac{0,3607}{r^2 \rho g} \sigma + 0,04534 - 0,839 \frac{d}{r}}$$

Dabei ist  $\sigma$  der Rohwert der Oberflächenspannung aus Gl. (7) und  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit. Der korrigierte Wert  $\sigma_k$  der Oberflächenspannung ist dann:

$$(11) \quad \sigma_k = f \sigma$$

## 2.2 Messung der Oberflächenspannung mit der Blasendruckmethode

Eine andere Methode zur Messung der Oberflächenspannung ist in Abb. 4 dargestellt. Eine spitz angeschliffene Kapillare K mit kleinem Innenradius  $r$  taucht senkrecht in eine Flüssigkeit ein (Eintauchtiefe  $h$ ), deren Oberflächenspannung gegen Luft gemessen werden soll. Die Kapillare ist über einen Schlauch mit einer Anordnung zur Änderung des Luftdruckes verbunden, die bereits aus dem Versuch „Sensoren...“ bekannt ist. Der Luftdruck in der Kapillare kann mit dem Drucksensor D gemessen werden.

Um die Luft bis zur Öffnung der Kapillare zu treiben, muss zunächst der hydrostatische Gegendruck  $p_F$  in der Flüssigkeit überwunden werden, der durch

$$(12) \quad p_F = \rho gh$$

gegeben ist, wobei  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit und  $g$  die Erdbeschleunigung ist. Wird der Luftdruck in K weiter erhöht, so bildet sich an der Öffnung der Kapillare langsam eine in die Flüssigkeit gewölbte Luftblase vom Radius  $R$  aus (Abb. 5), deren Innendruck antiproportional zu  $R$  ist. Mit zunehmendem Druck wird die Luft weiter aus der Kapillare getrieben und der Radius  $R$  der Luftblase demnach immer kleiner.

<sup>2</sup> nach KOSE, V. [Hrsg.]; WAGNER, S. [Hrsg.]: "KOHLEAUSCH - Praktische Physik Bd. 1", Teubner, Stuttgart, 1996

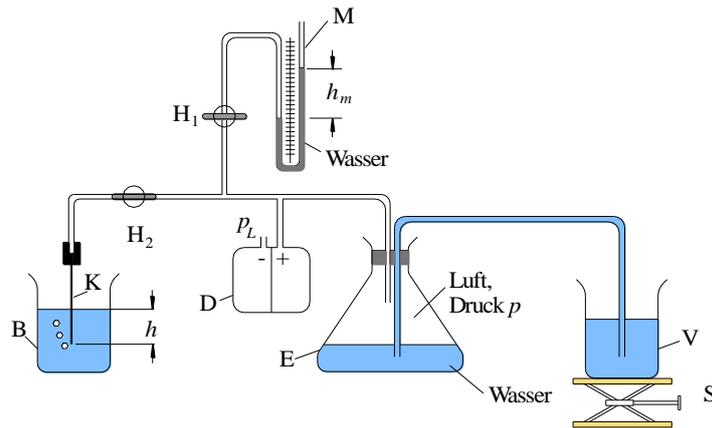


Abb. 4: Aufbau zur Messung der Oberflächenspannung mit der Blasendruckmethode. Einzelheiten siehe Versuch „Sensoren...“.

Im Falle  $R = r$  ist der Radius minimal und der Druck in der dann halbkugelförmigen Blase maximal. Nach Überschreiten dieses Druckes wird die Blase größer und löst sich schließlich von der Kapillare. Der Druck in der Kapillare bricht kurzzeitig zusammen und der Vorgang der Blasenbildung beginnt von neuem.

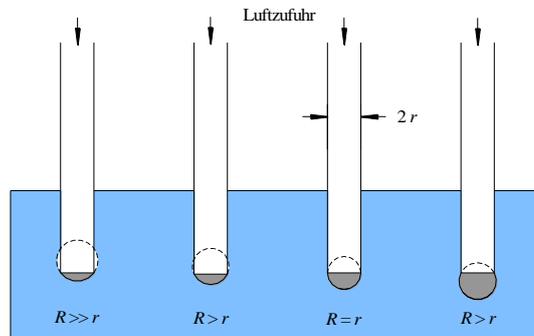


Abb. 5: Luftblasen (grau, Radius  $R$ ) an der Öffnung einer in Flüssigkeit eingetauchten Kapillare vom Radius  $r$ . Die gestrichelten Linien markieren die gedachte Form einer freien Blase mit Radius  $R$ .

Sei  $\Delta p$  der Überdruck gegenüber dem hydrostatischen Druck an der Kapillaröffnung, bei dem der Druck in den Blasen maximal und ihr Radius gleich  $r$  ist. Ist  $\rho_m$  die Dichte der Flüssigkeit im Manometer (hier Wasser) und  $h_m$  die im Manometer angezeigte Höhe, so gilt für  $\Delta p$ :

$$(13) \quad \Delta p = (\rho_m h_m - \rho h) g$$

Damit lässt sich die Oberflächenspannung näherungsweise wie folgt berechnen:

$$(14) \quad \sigma = \frac{r \Delta p}{2} \left[ 1 - \frac{2r \rho g}{3 \Delta p} - \frac{1}{6} \left( \frac{r \rho g}{\Delta p} \right)^2 \right]$$

Gleichung (14) stellt eine Näherungslösung dar, auf deren Herleitung wir verzichten wollen, da sie nicht leicht nachzuvollziehen ist. An ihr haben schließlich so berühmte Physiker wie ERWIN SCHRÖDINGER, einer der Begründer der Quantenmechanik, mitgewirkt!<sup>3</sup>

Für kleine Kapillarradien  $r$  fallen die beiden letzten Glieder in Gl. (14) (Korrekturterme) nicht ins Gewicht und wir können schreiben:

$$(15) \quad \sigma \approx \frac{r \Delta p}{2}$$

<sup>3</sup> Vgl. E. SCHRÖDINGER: „Notiz über den Kapillardruck in Gasblasen“, Ann. Phys. 46.4 (1915) 413 - 418.

Der Vorteil dieser *Blasendruckmethode* gegenüber der *Abreißmethode* ist der, dass hier die Oberflächenspannung jeweils an einer frischen Oberfläche, nämlich der der Gasblase *in* der Flüssigkeit, gemessen wird. Verunreinigungen der Flüssigkeitsoberfläche durch die umgebende Luft, die bei der Abreißmethode zu Fehlern führen können, fallen hier also nicht ins Gewicht.

### 2.3 Physik in Kaffeeflecken

Gibt man einen Tropfen einer Flüssigkeit auf eine feste glatte Oberfläche, z.B. Wasser auf Glas, so stellt sich bei nicht vollständiger Benetzung zwischen Flüssigkeit und Oberfläche ein bestimmter Kontaktwinkel ein, der durch die Eigenschaften der beteiligten Materialien, insbesondere durch die Oberflächenspannung der Flüssigkeit, bestimmt wird. Durch kleine Defekte in der Oberfläche kann der Rand des Tropfens auf der Oberfläche fixiert werden. Enthält die Flüssigkeit einen gelösten Stoff, wie z.B. Kaffee in Wasser, erfolgt die Fixierung des Tropfenrandes durch den gelösten Stoff selber, tritt also auch bei „perfekten“ Oberflächen auf<sup>4</sup>. Die Fixierung des Tropfenrandes hat zur Folge, dass der Tropfen beim Verdampfen der Flüssigkeit seine radiale Ausdehnung beibehält. Deshalb muss Flüssigkeit, die am Rand verdampft, aus der Tropfenmitte nachgeliefert werden. Dies führt in dem Tropfen zu einer nach außen gerichteten „kapillaren Strömung“ (Abb. 6), mit der der gelöste Stoff ständig an den Tropfenrand transportiert wird. Nach vollständigem Abtrocknen des Tropfens befindet sich also am Tropfenrand deutlich mehr Kaffee als im Innern. Der innen helle Kaffeefleck ist demnach von einem dunklen Rand umgeben.

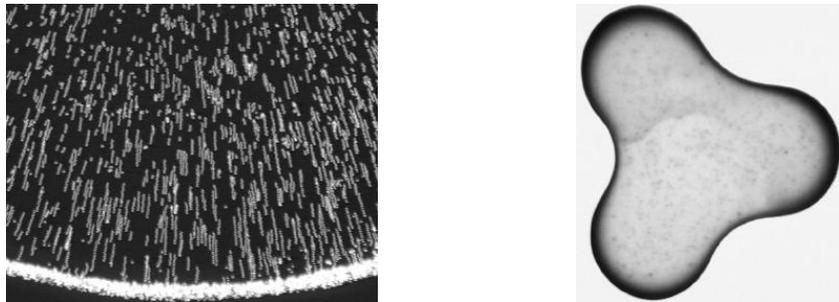


Abb. 6: Links: Radiale kapillare Strömung in einem Flüssigkeitstropfen auf einer Glasoberfläche<sup>5</sup>. Die Strömung wurde durch Mehrfachbelichtung von kleinen Mikrokugeln (Durchmesser 1 µm) sichtbar gemacht, die der Flüssigkeit beigemischt wurden. Rechts: getrockneter Kaffeefleck, dessen höhere Kaffeedichte am Rand durch eine solche Strömung verursacht wird.

## 3 Versuchsdurchführung

### Zubehör:

Ring ( $r = 30,0$  mm,  $d = 0,6$  mm, jeweils fehlerfrei) mit Aufhängung, höhenverstellbare Plattform, Kraftsensor auf DMS-Prinzip (U-OL, Messbereich 100 mN), Messverstärker für Kraftsensor (U-OL), Gewichtssatz zur Kalibrierung des Kraftsensors, Kapillare (Innendurchmesser  $d = (2,07 \pm 0,01)$  mm) in Halterung an Höhenverstelleinheit (Ablesegenauigkeit 0,02 mm), Drucksensor (SENORTECHNICS HCLA12X5DB) auf Grundplatte mit Absperrhähnen an Stativ, ERLNMEYER-Kolben mit geschliffenem Stopfen auf Tisch, U-Rohr-Manometer (Wasserfüllung) mit Halterung und Ableseskala, Bechergläser, Scherentisch, Schlauchmaterial, Thermometer (Genauigkeit 0,1 °C), destilliertes Wasser, Seifenlauge, Kunststoffgestelle, Glasrohrgestell mit zwei Eintrittsöffnungen und zwei Austrittsöffnungen, Objektträger, Zahnstocher, Aluminiumplatte, Rotwein, Ethanolbad, Bad mit destilliertem Wasser, Fön, Stickstoffflasche, Haushaltstuchrolle, Netzgerät (PHYWE (0 - 15 / 0 - 30) V), PC mit Datenerfassung (NATIONAL INSTRUMENTS myDAQ) und zugehörigem BNC-Adapter.

### 3.1 Minimalflächen

Skizzieren Sie bei der Vorbereitung auf den Versuch Ihre Erwartungen hinsichtlich der Minimalflächen, die sich nach Eintauchen und Herausziehen der bereitliegenden Kunststoffgestelle<sup>6</sup> in Seifenlauge ergeben. Vergleichen Sie Ihre Erwartungen mit den experimentell gefundenen Minimalflächen. Beachten Sie, dass sich neben dem globalen (absoluten) Minimum auch so genannte lokale Minima einstellen können (Abb. 7).

<sup>4</sup> Vgl. R. D. Deegan: „Pattern formation in drying drops“, Phys. Rev. E 61.1 (2000) 475 - 485

<sup>5</sup> Vgl. R. D. Deegan: „Capillary flow as the cause of ring stains from dried liquid drops“, Nature 389 (1997) 827 – 829.

<sup>6</sup> Fotos der Gestelle finden Sie auf den Internetseiten des GPR.

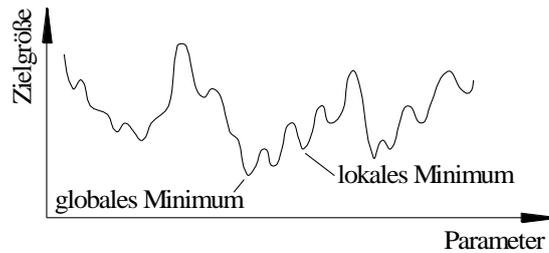


Abb. 7: Globales Minimum einer Zielgröße als Funktion eines Parameters. Neben dem globalen Minimum existieren viele lokale Minima, von denen eines exemplarisch markiert ist.

### 3.2 Rotweinflecken

Geben Sie einige Tropfen Rotwein auf einen Objektträger. Ziehen Sie die Tropfen mit einer Pipette in interessante Formen und beobachten Sie, wie sich im Laufe des Praktikums durch Verdampfen der Flüssigkeit die Fruchtflüssigkeitskonzentration innerhalb der Tropfen verändert. Um das Verdampfen der Flüssigkeit zu beschleunigen, werden die Objektträger auf eine dünne Aluminiumplatte und dann auf den Heizkörper gelegt.

### 3.3 Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode

Die Oberflächenspannung von destilliertem Wasser gegen Luft soll mit Hilfe einer Anordnung gem. Abb. 3 gemessen werden. Als Kraftsensor kommt ein Biegestab zum Einsatz, der bereits aus dem Versuch „Sensoren...“ bekannt ist.

#### Hinweise:

- Die Haltefäden am Ring wurden vor Versuchsbeginn von der technischen Assistenz so justiert, dass der Ring waagrecht hängt. Änderungen an diesen Einstellungen nur nach Rücksprache mit der technischen Assistenz oder der/dem Betreuer/in!
- Der Ring darf auf keinen Fall mit den bloßen Händen angefasst werden, da sich sonst Fett- und Schweißrückstände bilden, die die Messergebnisse verfälschen. Halten des Ringes deshalb nur an den Haltefäden!

Zunächst wird der an einem Stativ aufgehängte Kraftsensor mit Hilfe eines Gewichtssatzes kalibriert. Für mindestens fünf Gewichtskräfte  $G$  im Bereich (0 – 100) mN wird die Ausgangsspannung  $U_M$  des Messverstärkers (Dämpfung ein) gemessen. Die Messung erfolgt mit Hilfe eines Datenerfassungsgerätes und einem PC<sup>7</sup> unter Einsatz des MATLAB-Skriptes `DatenEinlesen.m`. Dabei handelt es sich um eine umfangreichere und mit mehr Komfort zu bedienende Version des Skriptes, das beim Versuch „Datenerfassung und -verarbeitung mit dem PC...“ zum Einsatz kam. Die grafische Oberfläche, die das Skript generiert, ist selbsterklärend.

$G = mg$  wird über  $U_M$  aufgetragen und durch lineare Regression wird eine Kalibrierkurve (Ausgleichsgerade) ermittelt. Für  $g$  wird der Wert für Oldenburg verwendet:  $g = 9,8133 \text{ m/s}^2$ , der als fehlerfrei angenommen wird<sup>8</sup>.

Der Ring wird gereinigt (in Ethanol schwenken und mit destilliertem Wasser abspülen; anschließend mindestens eine Minute in destilliertes Wasser eintauchen und schwenken, trocknen mit Fön), an dem Kraftsensor befestigt und sein Gewicht  $G$  bestimmt ( $U_M$  messen, Umrechnung in  $G$  mit Hilfe der Kalibrierkurve).

Anschließend wird ein Becherglas mit destilliertem Wasser auf die höhenverstellbare Plattform gestellt und soweit angehoben, dass der untere Rand des Ringes etwa 5 mm tief in das Wasser eintaucht. In dieser Position soll der Ring zu Beginn der Messreihe einige Minuten gehalten werden, um eine gute Benetzung mit dem Wasser zu gewährleisten. Die Temperatur des Wassers wird direkt vor der Messung bestimmt; der Temperaturfühler muss vor der Messung gereinigt werden (in destilliertes Wasser eintauchen und schwenken).

Die Plattform wird nun langsam und vorsichtig (ruckfrei) nach unten bewegt, bis die Lamelle abreißt. Während dieses Vorgangs wird die Ausgangsspannung  $U_M$  des Messverstärkers bei einer Abtastfrequenz

<sup>7</sup> Anschluss der Signalquelle an eine BNC-Buchse des Eingangskanals AI 0 bzw. AI 1. AGND Schalter neben der BNC-Buchse ist ausgeschaltet.

<sup>8</sup> Wert nach <http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php> (15.10.18); der Fehler von  $2 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  wird vernachlässigt.

von 0,5 kHz im PC aufgezeichnet. Die Zahl der aufzunehmenden Messwerte richtet sich nach der Dauer des Experiments. 10.000 Messwerte, entsprechend einer Messzeit von 20 s, sind ein guter Anfangswert.

Nach Ende der Datenaufnahme werden die Daten im ASCII-Format gespeichert (Button Save Data) und anschließend nach Origin importiert. Dort erfolgt die Umrechnung der Ausgangsspannungen  $U_M(t)$  des Kraftsensors in ein Kraftsignal  $F(t)$  mit den Daten der Kalibrierfunktion. Die Parameter der Kalibrierfunktion (Ausgleichsgerade) können dabei als fehlerfrei angenommen werden.  $F(t)$  wird grafisch dargestellt und die maximale Kraft  $F_g$  vor dem Abreißen der Lamelle abgelesen. Abb. 8 zeigt einen typischen Verlauf von  $F(t)$ . Zum Ablesen der Maximalkraft kann das Origin-Tool „Datenkoordinaten“ („Data Reader“)<sup>9</sup> verwendet werden.

Die Messung wird mindestens fünfmal durchgeführt. Dem Protokoll wird *eine* exemplarische Kraftkurve beigelegt. Für jeden Messwert von  $F_g$  wird mit Hilfe der Gl. (7) bis (11) die Oberflächenspannung  $\sigma$  von Wasser berechnet. Eine Fehlerangabe für jeden einzelnen Wert von  $\sigma$  ist nicht erforderlich. Die für die Berechnung des Korrekturfaktors (Gl. (10)) benötigte Dichte  $\rho$  des Wassers ist als Funktion der Temperatur im Anhang 4.1 angegeben.

Schließlich wird der Mittelwert von  $\sigma$  und seine Standardabweichung berechnet und mit dem Literaturwert für Wasser verglichen (Gl. (18) im Anhang 4.2).

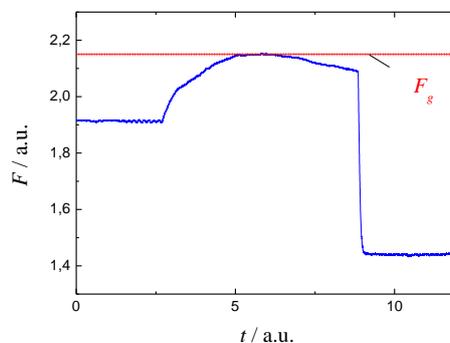


Abb. 8: Exemplarischer Verlauf der Kraft  $F$  als Funktion der Zeit  $t$  bei der Bestimmung der Oberflächenspannung nach der Abreißmethode.  $F_g$  ist die maximale Kraft vor Abreißen der Lamelle. Die gepunkteten roten Linien markieren den Bereich des Größtfehlers  $\pm \Delta F_g$  von  $F_g$ , der durch das Rauschen des Kraftsensors gegeben ist. „a.u.“ steht für *arbitrary units (beliebige Einheiten)*.

### 3.4 Messung der Oberflächenspannung mit der Blasendruckmethode

Die Oberflächenspannung von destilliertem Wasser gegen Luft soll mit Hilfe einer Anordnung gem. Abb.4 gemessen werden. Im U-Rohr des Manometers befindet sich Wasser, dem zur besseren Benetzung des U-Rohrs einige Tropfen Spülmittel zugesetzt sind. Das Becherglas B wurde bereits von der technischen Assistenz gereinigt, indem es mehrfach mit destilliertem Wasser ausgespült und anschließend bis etwa 1 cm unter der Oberkante mit destilliertem Wasser gefüllt wurde. Die Temperatur des Wassers wird gemessen. Vor der Messung wird der Temperaturfühler gereinigt (wie in Kap. 3.3 beschrieben).

Die Kapillare wird in die Halterung eingesetzt, senkrecht ausgerichtet und mit Hilfe der Höhenverstelleinheit  $h = 30$  mm tief in das destillierte Wasser eingetaucht. Die Position der Höhenverstelleinheit, bei der die Kapillare gerade in die Flüssigkeit eintaucht, lässt sich durch gleichzeitige Beobachtung der Kapillarenöffnung und ihres Spiegelbildes im Wasser auf  $\pm 0,05$  mm genau bestimmen, so dass auch die Eintauchtiefe  $h$  mit der gleichen Genauigkeit eingestellt werden kann.

#### Hinweis:

Die Kapillare wurde vor Versuchsbeginn von der technischen Assistenz mit Ethanol gereinigt, anschließend mit destilliertem Wasser durchgespült und in einem Stickstoffstrom getrocknet. Sie darf im Metallbereich auf keinen Fall mit bloßen Händen angefasst werden, da sich sonst Fett- und Schweißrückstände bilden, die die Messergebnisse verfälschen. Anfassen der Kapillare deshalb nur an dem oberen PVC-Halter!

<sup>9</sup> Das grafische Symbol des Tools Datenkoordinaten (Data Reader) ist .

Zunächst wird der Drucksensor kalibriert. Das geschieht nach dem gleichen Verfahren wie es in den Versuchen „Sensoren...“ und „Datenerfassung und -verarbeitung mit dem PC...“ kennen gelernt wurde. Während der Kalibrierung wird der Verbindungshahn zwischen dem Luftreservoir im ERLLENMEYERKOLBEN und der Kapillare geschlossen, der Verbindungshahn zum U-Rohr-Manometer geöffnet. Für mindestens fünf Höhendifferenzen  $h_m$  im Manometer im Bereich (0 – 80) mm wird die Ausgangsspannung  $U$  des Drucksensors gemessen, der Druck  $p(h_m)$  berechnet,  $p$  über  $U$  aufgetragen und die Ausgleichsgerade durch die Daten berechnet.

Die Messung der Ausgangsspannung des Sensors erfolgt wie bei der Abreißmethode (Kap. 3.3) mit Hilfe einer Datenerfassungskarte im PC unter Einsatz des MATLAB-Skriptes `DatenEinlesen.m`.

Nach Abschluss der Kalibrierung wird der Hahn zum U-Rohr-Manometer geschlossen und der zur Kapillare geöffnet. Der Scherentisch  $S$  unter dem Vorratsgefäß  $V$  wird anschließend langsam und vorsichtig (möglichst ruckfrei) solange nach oben bewegt, bis Gasblasen aus der Kapillare austreten. Während dieses Vorgangs wird die Ausgangsspannung des Drucksensors bei einer Abtastfrequenz von 1 kHz im PC aufgezeichnet. Auch bei dieser Messung richtet sich die Zahl der aufzunehmenden Messwerte nach der Dauer des Experiments. 20.000 Messwerte (entsprechend 20 s) sind ein guter Anfangswert.

Nach Ende der Datenaufnahme werden die Daten im ASCII-Format gespeichert (Button `Save Data`) und anschließend in `Origin` importiert. Dort erfolgt die Umrechnung der Ausgangsspannungen  $U(t)$  des Drucksensors in ein Drucksignal  $p(t)$  mit den Daten der Kalibrierfunktion. Die Parameter der Kalibrierfunktion (Ausgleichsgerade) können dabei als fehlerfrei angenommen werden.  $p(t)$  wird grafisch dargestellt und der maximale Druck  $p_m$  direkt vor dem Abreißen der Blasen abgelesen. Abb. 9 zeigt einen typischen Verlauf von  $p(t)$ . Zum Ablesen des Maximaldruckes kann wiederum das `Origin-Tool` „Datenkoordinaten“ („Data Reader“) verwendet werden.

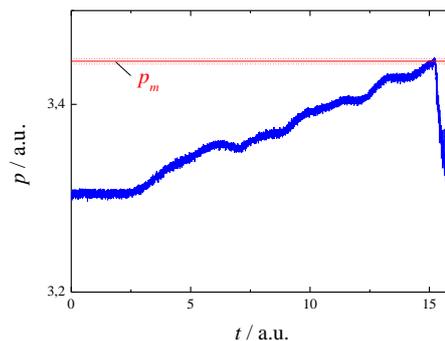


Abb. 9: Exemplarischer Verlauf des Druckes  $p$  als Funktion der Zeit  $t$  bei der Bestimmung der Oberflächenspannung nach der Blasendruckmethode.  $p_m$  ist der maximale Druck vor Abreißen der Blasen. Die gepunkteten roten Linien markieren den Bereich des Größtfehlers  $\pm \Delta p_m$  von  $p_m$ , der durch das Rauschen des Drucksensorsignals gegeben ist. Die Welligkeit des Druckanstiegs wird durch ungleichmäßiges Anheben des Scherentisches verursacht.

Die Messung wird insgesamt mindestens fünfmal durchgeführt. Dem Protokoll wird *eine* exemplarische Druckkurve beigelegt. Aus den Daten für  $p_m$  wird der Mittelwert  $\bar{p}_m$  und seine Standardabweichung berechnet. Aus  $\bar{p}_m$ , der Eintauchtiefe  $h$  sowie den Literaturdaten für  $g$  und  $\rho$  wird der Überdruck  $\Delta p$  inkl. Größtfehler gem. Gl. (13) bestimmt:

$$(16) \quad \Delta p = (\rho_m h_m - \rho h) g = \bar{p}_m - \rho h g$$

$\rho$  wird aus Gl. (17) (Anhang 4.1) berechnet und als fehlerfrei angenommen. Für  $g$  wird der Wert für Oldenburg verwendet:  $g = 9,8133 \text{ m/s}^2$ , der ebenfalls als fehlerfrei angenommen wird. Die einzigen Größen, die den Größtfehler der Druckdifferenz  $\Delta p$  bestimmen, sind demnach der Größtfehler  $\Delta h$  von  $h$  und die Standardabweichung von  $\bar{p}_m$ .

Schließlich wird die Oberflächenspannung  $\sigma$  gem. Gl. (14) berechnet. Der Größtfehler von  $\sigma$  wird mit Hilfe der Näherungslösung aus Gl. (15) bestimmt. Das Ergebnis wird mit dem Literaturwert (Gl. (18)) sowie mit dem Messwert nach der Abreißmethode verglichen.

### 3.5 Innendruck in Gasblasen

Ein Glasrohrgestell gem. Abb. 10 wird mit den beiden Austrittsöffnungen in Seifenlauge getaucht und anschließend herausgezogen. Durch Luftzufuhr an den Eintrittsöffnungen und geeignetes Öffnen und Schließen der Hähne können an den beiden Austrittsöffnungen zwei unterschiedlich große Seifenblasen aufgeblasen werden. Anschließend wird der Verbindungshahn zwischen beiden Blasen geöffnet.

**Frage 1:**

- Welche Blase wächst zu Lasten der anderen und warum? (Hinweis: beachte Gl. (15))
- Wie groß ist der Innendruck  $p$  in einer Gasblase vom Radius  $r$ , die von einer Seifenhautlamelle (Oberflächenspannung der Seifenlösung:  $\sigma$ ) umgeben ist?<sup>10</sup>

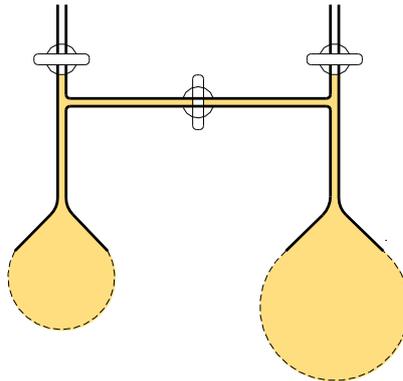


Abb. 10: Glasrohrgestell zur Demonstration des Innendruckes in Gasblasen.

## 4 Anhang

### 4.1 Dichte von Wasser

Die Temperaturabhängigkeit der Dichte  $\rho$  von Wasser lässt sich durch folgendes Polynom beschreiben ( $T$  in  $^{\circ}\text{C}$ , Gültigkeitsbereich:  $-20^{\circ}\text{C} < T < 110^{\circ}\text{C}$ )<sup>11</sup>:

$$(17) \quad \rho = 10^3 \cdot \left( \begin{array}{l} 0,99975 + 8,42492 \cdot 10^{-5} \{T\} - 8,82693 \cdot 10^{-6} \{T\}^2 \\ + 5,91004 \cdot 10^{-8} \{T\}^3 - 2,05642 \cdot 10^{-10} \{T\}^4 \end{array} \right) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Abb. 11 dargestellt.

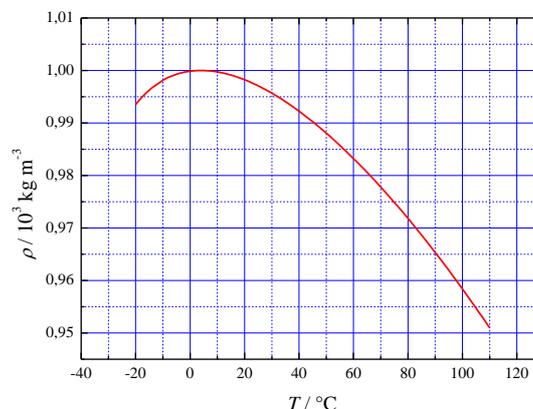


Abb. 11: Dichte von Wasser als Funktion der Temperatur.

<sup>10</sup> Hinweis: Bei einer Luftblase in Wasser gibt es eine Grenzfläche zwischen Luft und Wasser. Bei einer Seifenblase gibt es zwei Grenzflächen zwischen der Seifenlauge und Luft.

<sup>11</sup> Polynomfit an Daten aus WEAST, R. C. [Ed.]: „CRC Handbook of Chemistry and Physics“, 56<sup>th</sup> Ed., CRC Press, Boca Raton; Fehler vernachlässigbar.

## 4.2 Oberflächenspannung von Wasser

Die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung  $\sigma$  von Wasser gegen Luft lässt sich durch folgendes Polynom beschreiben ( $T$  in  $^{\circ}\text{C}$ , Gültigkeitsbereich:  $0^{\circ}\text{C} < T < 100^{\circ}\text{C}$ )<sup>11</sup>:

$$(18) \quad \sigma = \left( \begin{array}{l} 0,07569 - 1,49944 \cdot 10^{-4} \{T\} + 1,97712 \cdot 10^{-7} \{T\}^2 \\ - 8,34217 \cdot 10^{-9} \{T\}^3 + 4,57847 \cdot 10^{-11} \{T\}^4 \end{array} \right) \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Abb. 12 dargestellt.

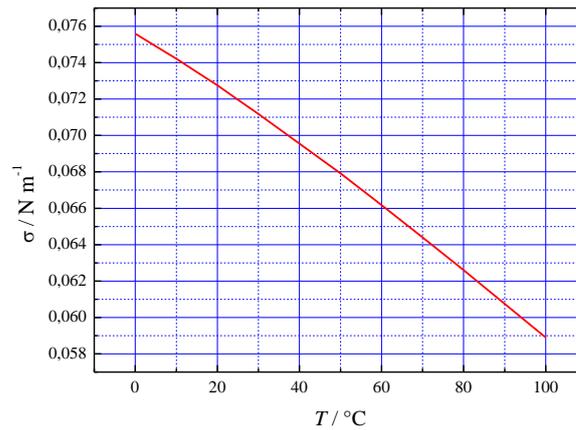


Abb. 12: Oberflächenspannung  $\sigma$  von Wasser gegen Luft als Funktion der Temperatur  $T$ .