

8 Brechung und Dispersion

8.1 Grundlagen

8.1.1 Abbildung durch Linsen

Für die Erzeugung von Abbildungen verschiedenster Objekte werden bereits seit der Antike Linsen benutzt. Die Linsen, die seit dem Mittelalter auch in Europa hergestellt wurden, waren zunächst *sphärische* Linsen, d.h. man kann sich ihre Oberflächen als Teil einer Kugel vorstellen. Sphärische Linsen sind aufgrund ihrer geometrischen Form einfach herzustellen, daher sind bis heute die meisten in optischen Geräten verbauten Linsen sphärisch. Linsen können generell konvex oder konkav sein. Eine konvexe Linse bündelt parallele Strahlen, eine konkave Linse zerstreut sie, siehe Abb. 8.1. Daher heißen konvexe Linsen auch Sammellinsen, konkave Linsen nennt man auch Zerstreuungslinsen.

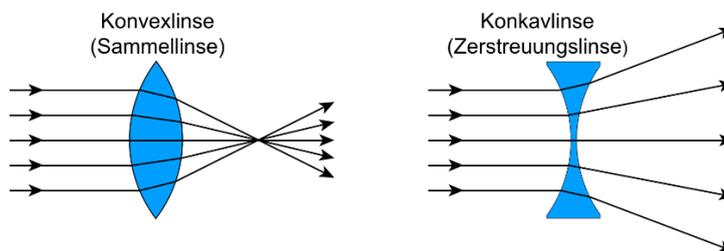


Abb. 8.1: Konvex- und Konkavlinen und wie sie das Licht brechen.

Ein wichtiger Unterschied zwischen einem reellen Bild und einem virtuellen Bild ist der, dass das virtuelle Bild nur mit Hilfe weiterer optischer Vorrichtungen (zu denen auch das Auge gehört) beobachtbar ist (z.B. das Bild in einem Spiegel). Das reelle Bild dagegen ist auch ohne diese zusätzlichen Vorrichtungen beobachtbar, z.B. auf einem Schirm, der hinter die Linse gestellt wird.

Zur geometrischen Bildkonstruktion bei der Abbildung durch Linsen (wir betrachten nur symmetrische) werden drei ausgewählte Strahlen benutzt:

- Jede sphärische Linse hat einen Brennpunkt. Strahlen parallel zur optischen Achse werden so gebrochen, dass sie anschließend durch den Brennpunkt verlaufen. Für konkave Linsen muss man sich die gebrochenen Strahlen verlängert denken, dann scheinen sie aus dem Brennpunkt zu kommen. Daher wird bei Konkavlinen eine negative Brennweite angegeben.*
- Strahlen, die durch den Brennpunkt verlaufen, werden so gebrochen, dass sie anschließend parallel zur optischen Achse verlaufen.
- Strahlen, die den Mittelpunkt der Linse passieren, werden nicht gebrochen.

Diese Konstruktionsregeln gelten sowohl für die virtuelle als auch für die reelle Abbildung, vorausgesetzt, die Linse ist hinreichend dünn (Dicke \ll Durchmesser). Im Übrigen stellen diese drei Strahlen nicht tatsächlich existierende Lichtstrahlen dar; es handelt sich vielmehr um zeichnerische Mittel, die den Zusammenhang von Gegenstand und Bild richtig darstellen.

8.1.1.1 Reelle Abbildung

Eine reelle Abbildung ergibt sich, wenn der Gegenstand außerhalb der Brennweite steht, also für $g > f$, siehe Abb. 8.2. Das Verhältnis Bildgröße zu Objektgröße wird

Abbildungsmaßstab A genannt (kann eine Vergrößerung oder eine Verkleinerung sein). Auf Grund geometrischer Beziehungen (Strahlensätze) ergibt sich

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} \quad (8.1)$$

Aus dieser Gleichung folgt $b \cdot f = b \cdot g - f \cdot g$ und daraus durch Division mit $(b \cdot g \cdot f)$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (8.2)$$

Gleichung (8.2) wird *Abbildungsgleichung* oder *Linsenformel* genannt.

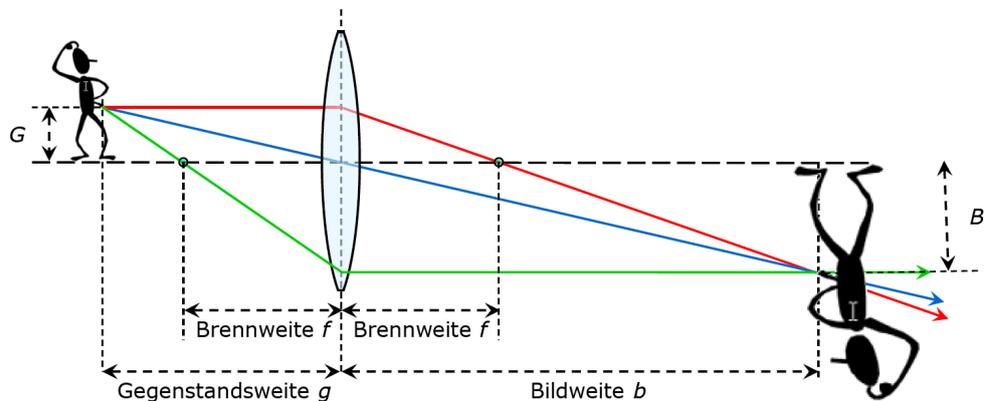
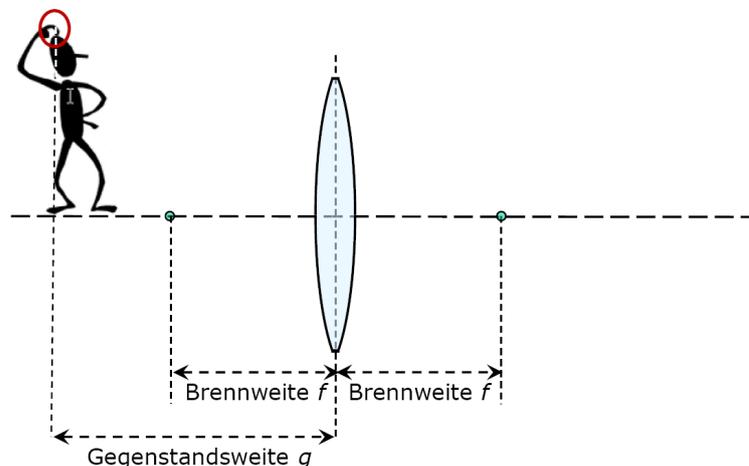


Abb. 8.2: Konstruktion des Strahlengangs bei einer reellen Abbildung

Aufgaben bitte schriftlich im Protokoll beantworten:

1. Zeigen Sie, dass eine reelle Abbildung vergrößert bzw. verkleinert, wenn gilt $f < g < 2f$ bzw. $2f < g$.
2. Konstruieren Sie das Bild für den Fall, dass der Gegenstand größer als die Linse ist, am Beispiel des Scheitels des unten gezeigten Herrn.



Zur Bestimmung der Brennweite von Linsen ist die Linsenformel ungeeignet, weil b und g auf die Linsenmitte ("Hauptebene") bezogen sind; diese ist jedoch – besonders bei Linsen in Fassungen – nicht lokalisierbar. Das *Besselsche Verfahren der Brennweitenbestimmung* geht davon aus, dass es für einen festen Abstand zwischen Gegenstand und Bild

$$e = g + b \quad \text{mit der Bedingung } e > 4f \quad (8.3)$$

zwei Linsenstellungen gibt, die jeweils ein scharfes Bild liefern. Bei einer Position findet eine Vergrößerung, bei der anderen eine Verkleinerung statt. Ist die eine Scharfeinstellung durch die Gegenstandsweite g und die Bildweite b gegeben, dann ergibt sich die zweite Scharfeinstellung durch Vertauschen von Bild- und Gegenstandsweite. Dazu muss die Linse um den Betrag

$$d = b - g \quad (8.4)$$

verschoben werden. Aus Gln. (8.3) und (8.4) folgt:

$$b = \frac{e + d}{2} \quad (8.5)$$

und

$$g = \frac{e - d}{2} \quad (8.6)$$

Einsetzen in die Abbildungsgleichung führt nach einfacher Umformung auf

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4 \cdot e} \quad (8.7)$$

Da g und b auf die nicht genau festlegbare Mittelebene ("Hauptebene") der Linse bezogen sind, lässt sich die Brennweite exakt nur über die Messung von d und e bestimmen.

8.1.1.2 Virtuelle Abbildung

Eine virtuelle Abbildung ergibt sich, wenn der Gegenstand innerhalb der Brennweite steht, also für $g < f$, siehe Abb. 8.3. Man bezeichnet die Linse dann auch als Lupe.

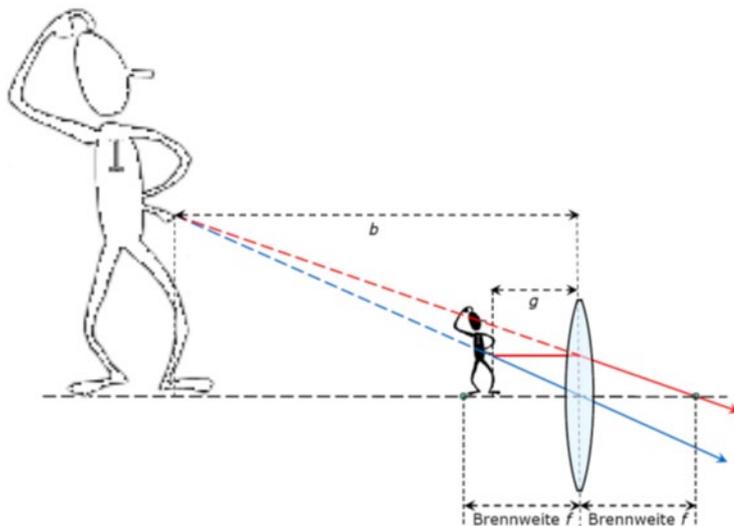


Abb. 8.3: Konstruktion des Strahlengangs bei einer virtuellen Abbildung

Für den Abbildungsmaßstab A folgt wiederum auf Grund geometrischer Beziehungen:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b+f}{f} = \frac{b}{f} + 1 = \frac{b}{g} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} - \frac{1}{b} \quad (8.8)$$

Aus dieser Gleichung folgt $b > g$, in Worten: bei einer Lupe ist das Bild immer größer als der Gegenstand, es handelt sich immer um eine Vergrößerung. Außerdem sieht man, dass der Abbildungsmaßstab A linear mit dem Bildabstand b zunimmt.

Bei einer Lupe ist die Angabe des Abbildungsmaßstabes allerdings von begrenzter Information, da das Bild, im Gegensatz zur reellen Abbildung, nicht 'wirklich' existiert und keine messbaren Ausdehnungen hat (eben virtuell ist). Um den Vergrößerungseffekt bei einer virtuellen Abbildung zu beschreiben, bietet sich vielmehr die Verwendung der *Sehwinkelvergrößerung* V an:

$$V = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \quad (8.9)$$

Dabei ist α der Sehwinkel, unter dem das Bild durch die Lupe gesehen wird; β ist der Sehwinkel, unter dem das Objekt ohne die Lupe gesehen wird. Befindet sich das Auge dicht hinter der Lupe (d.h. zwischen Linse und Brennpunkt), so gilt

$$\tan \alpha = \frac{B}{b} \quad (8.10)$$

Ohne Verwendung der Lupe würde man das Objekt unter dem Sehwinkel β sehen (Abb. 8.4), und der Tangens dieses Winkels ist das Verhältnis der Objektgröße zum Augenabstand s ,

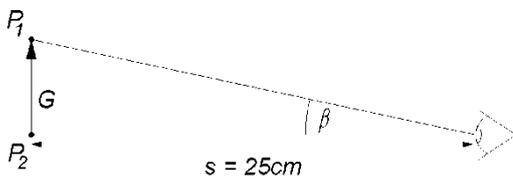


Abb. 8.4: Sicht auf das Objekt ohne Lupe.

$$\tan \beta = \frac{G}{s} \quad (8.11)$$

Damit folgt

$$V = \frac{B}{b} \cdot \frac{s}{G} = \frac{B \cdot s}{G \cdot b} = A \cdot \frac{s}{b} = \left(1 + \frac{b}{f}\right) \cdot \frac{s}{b} = \frac{s}{f} + \frac{s}{b} \quad (8.12)$$

Demnach nimmt also im Gegensatz zum Abbildungsmaßstab die Sehwinkelvergrößerung mit zunehmender Bildentfernung ab.

Bemerkung zur Größe von s : Der Sehwinkel β ließe sich durch Verringerung des Augenabstandes s vergrößern. Dies hat jedoch seine Grenzen in der begrenzten Anpassungsfähigkeit des Auges; unterhalb eines (individuell verschiedenen) Abstands (dem sogenannten *Nahpunkt*) kann das Auge auch kurzzeitig kein scharfes Bild mehr erzeugen. Als *Bezugssehweite* oder auch *normale* oder *deutliche Sehweite* bezeichnet man den kleinsten Abstand, auf den sich das Auge über längere Zeit einstellen kann, ohne zu ermüden. Auch dieser Abstand ist individuell verschieden; man hat sich daher auf ein 'Norm'-Maß geeinigt und als deutliche Sehweite $s=25$ cm vereinbart. Dieser Wert ist in Gleichung (8.12) einzusetzen.

8.1.1.3 Linsenmachergleichung, Brechkraft

Wir gehen hier von dünnen Linsen mit der Brechzahl n aus, die zwei konvexe Oberflächen mit Krümmungsradien r_1 und r_2 haben (also im Querschnitt linsenförmig sind). Für die Brennweite gilt

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ bzw. } f = \frac{1}{n-1} \frac{r_1 r_2}{r_2 + r_1} \quad (8.13)$$

Diese sogenannte Linsenmachergleichung vereinfacht sich für symmetrische Linsen zu $f = \frac{r}{2(n-1)}$. Je kleiner der Krümmungsradius ist, desto 'kugeliger' ist die Linse und desto kleiner die Brennweite; je größer der Krümmungsradius, desto flacher die Linse und größer die Brennweite.

Den Kehrwert der Brennweite nennt man Brechkraft D . Die Einheit der Brechkraft einer Linse ist die Dioptrie (dpt), d.h. $[D]=\text{dpt}$ und es gilt $1 \text{ dpt}=1/\text{m}$. Je kürzer die Brennweite, desto höher die Brechkraft. Beispiel: Eine Linse mit $f=2 \text{ cm}$ hat eine Brechkraft von 50 dpt.

Hintereinander Reihung von Linsen: Befinden sich zwei Linsen direkt hintereinander auf derselben Achse, so ist die Gesamtbrechkraft gleich der Summe der einzelnen Brechkräfte: $D = D_1 + D_2$ (bzw. ist die reziproke Gesamtbrennweite gleich der Summe der reziproken Brennweiten der beiden Linsen). Beispiel: zwei Linsen mit $f_1=2 \text{ cm}$ und $f_2=50 \text{ cm}$ besitzen die Brechkräfte 50 dpt und 2 dpt. Die Gesamtbrechkraft beträgt also 52 dpt und die Gesamtbrennweite damit $f=1,92 \text{ cm}$ (Prinzip der Brille).

8.1.2 Aufbau des Mikroskops

Um eine sehr starke Vergrößerung zu erzielen wäre theoretisch eine Lupe mit einer extrem kleinen Brennweite notwendig, vgl. Gl. (8.12). Dies ist technisch sehr schwer realisierbar. Man hilft sich mit einer speziellen Anordnung von zwei Linsen wie in Abb. 8.5; solch ein System nennt man Mikroskop.

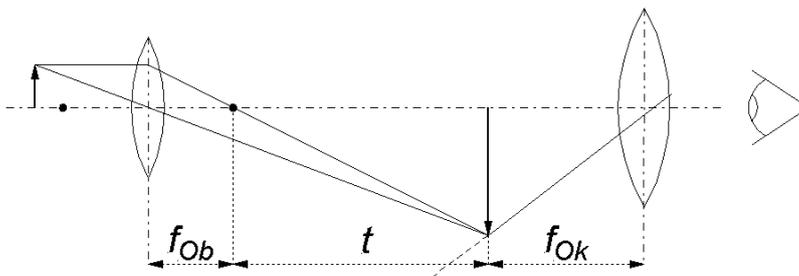


Abb. 8.5: Schematischer Aufbau eines Mikroskops.

Hier wird der zu beobachtende Gegenstand mit einer kurzbrennweitigen Objektivlinse reell abgebildet. Das reelle Zwischenbild wird mit dem als Lupe wirkenden Okular betrachtet. Die Gesamtvergrößerung eines Mikroskops ist gleich dem Produkt der Objektivvergrößerung V_{obj} und der Lupenvergrößerung V_{ok} .

Zweckmäßigerweise beobachtet man das Zwischenbild durch das Okular mit entspanntem (d.h. auf unendlich akkomodiertem) Auge. In diesem Fall entwirft das Objektiv das Zwischenbild in der Brennebene des Okulars. Die Vergrößerung des Objektivs ist dann mit Gleichung (8.1) gegeben als:

$$V_{obj} = \frac{t}{f_{obj}}. \quad (8.14)$$

In dieser Gleichung ist t der Abstand der einander zugewandten Brennpunkte von Objektiv und Okular. Diesen Abstand bezeichnet man als *optische Tubuslänge* des Mikroskops. Hiervon ist zu unterscheiden die *mechanische Tubuslänge* t_m , dies ist der Abstand zwischen den Mittelebenen des Objektivs und des Okulars.

Die Lupenvergrößerung beträgt nach Gl. (8.12) für $b=\infty$:

$$V_{ok} = \frac{s}{f_{ok}} \quad (8.15)$$

mit s als deutliche Sehweite (25 cm). Damit erhält man:

$$V = \frac{t \cdot s}{f_{obj} \cdot f_{ok}} \quad (8.16)$$

Die Gesamtvergrößerung des Mikroskops ist also proportional zur Tubuslänge t und umgekehrt proportional zu den Brennweiten f_{obj} und f_{ok} .

8.1.3 Brechzahl und Dispersion

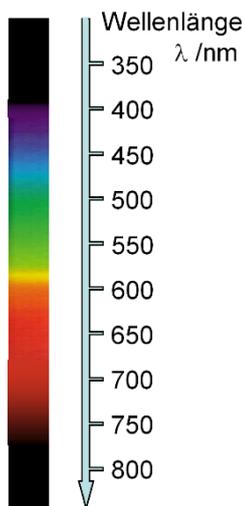


Abb. 8.6: Wellen-längen des sichtbaren Lichts.

Weißes Licht besteht aus Lichtarten verschiedener Farben, siehe Abb. 8.6. Das Farbenband mit den Hauptfarben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett bezeichnet man als Spektrum. Diese sogenannten reinen Spektralfarben (= monochromatisches Licht) sind nicht weiter zerlegbar. Licht lässt sich als Welle beschreiben, wobei die Wellen eine elektrische und eine magnetische Feldgröße aufweisen. Dies ist das Modell des Lichts als elektromagnetische Welle. Die Lichtwellen der einzelnen Spektralfarben unterscheiden sich durch ihre Frequenz f und Wellenlänge λ , die mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Wellen hängen über die Gleichung $c = \lambda f$ zusammenhängen.

Neben dem Modell als Welle gibt es auch ein Teilchenmodell des Lichts. Die Photonen genannten Lichtteilchen besitzen eine Energie E , die mit der Frequenz der entsprechenden Lichtwelle über die Beziehung $E = hf$ zusammenhängen; h ist das sogenannte Plancksche Wirkungsquantum. Rot hat die geringste, Violett die höchste Photonenenergie des sichtbaren Lichtes. Obwohl sie sich zu widersprechen scheinen, sind beide Modelle gleichzeitig gültig, was auch durch die Beziehung $E = hf$ deutlich wird, in der mit E und f sowohl Teilchen- wie Welleneigenschaften gleichzeitig vorliegen. Dies bezeichnet man als Komplementarität von Welle und Teilchen.

Beim Übergang aus einem durchsichtigen Stoff in einen anderen erfährt ein Lichtstrahl eine Richtungsänderung, die als Brechung bezeichnet wird. Es gilt das Gesetz von Snellius (Abb. 8.7): Bilden der einfallende und der gebrochene Strahl mit dem Einfallslot den Einfallswinkel α bzw. den Ausfallwinkel β , so gilt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (8.17)$$

Dabei sind c_1 und c_2 die Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Lichtes in den beiden Medien. Die Größen n_1 und n_2 sind Stoffeigenschaften und werden als Brechzahlen bezeichnet. Ein Material mit einer höheren / niedrigeren Brechzahl als ein anderes heißt optisch dichter / dünner. Vakuum hat die Brechzahl 1, Luft die Brechzahl $1,003 \approx 1$.

Bei der Brechung bleibt die Energie der Photonen konstant, und damit wegen $E = hf$ auch die Frequenz. Was sich ändert, ist die Wellenlänge λ und damit wegen $c =$

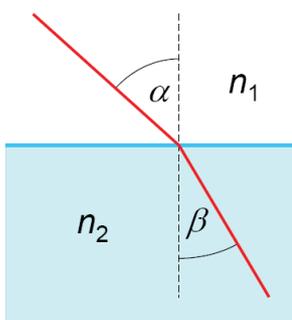


Abb. 8.7: Brechung eines Lichtstrahls.

λf die Lichtgeschwindigkeit. Im Allgemeinen ist die Brechung eines Stoffes für die einzelnen Farben des Lichts verschieden, weswegen man immer die Farbe angeben muss, auf die die Brechzahl n bezogen ist (häufig im gelben Bereich).

Durch geeignete optische Bauteile (z.B. ein Prisma) kann weißes Licht in seine Spektralfarben zerlegt werden. Der Grund ist, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtwellen (und damit die Brechzahl des Materials) von der Frequenz abhängen. Das bezeichnet man als Dispersion. Bei der normalen Dispersion steigt die Brechzahl mit der Frequenz an, bei der anomalen Dispersion nimmt sie ab.

Durchsetzt ein Lichtstrahl ein Prisma, so wird er um den Ablenkwinkel δ abgelenkt. δ hängt von der Brechzahl des Prismenmaterials für die betreffende Wellenlänge, vom brechenden Winkel ϕ des Prismas und von der Lage des Prismas in Bezug zum einfallenden Lichtstrahl ab. δ nimmt den kleinsten Wert an, wenn der Strahl symmetrisch durch das Prisma läuft; dies ist in der Abb. 8.8 links so angenommen.

Bei symmetrischem Durchgang ergeben sich folgende geometrische Beziehungen:

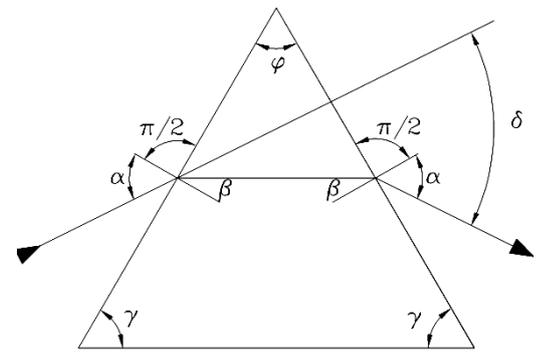


Abb. 8.8: Lichtbrechung im Prisma.

$$\begin{aligned} \phi + 2\gamma &= 180^\circ \\ \gamma + \beta &= 90^\circ \end{aligned} \tag{8.18}$$

Folglich gilt $\phi = 2\beta$. Ferner ist $\delta = 2(\alpha - \beta)$. Damit folgt insgesamt:

$$\alpha = \frac{\phi + \delta}{2} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\phi}{2} \tag{8.19}$$

Zusammen mit dem allgemeinen Brechungsgesetz $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ folgt:

$$n = \frac{\sin \frac{\phi + \delta}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}} \tag{8.20}$$

Als Beispiel für die Fehlerrechnung notieren wir den Fehler Δn der Brechzahl nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Er ist gegeben durch (machen Sie sich die Herleitung der Gleichungen klar)

$$\begin{aligned} \Delta n &= \frac{n}{2} \sqrt{\left(\cot \frac{\bar{\delta} + \bar{\phi}}{2} - \cot \frac{\bar{\phi}}{2} \right)^2 \cdot (\Delta \phi)^2 + \cot^2 \frac{\bar{\delta} + \bar{\phi}}{2} \cdot (\Delta \delta)^2} \end{aligned} \tag{8.21}$$

wobei wir für $\Delta \phi$ und $\Delta \delta$ die Ablesefehler der beiden Winkel einsetzen.

Trägt man die Brechzahl in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes auf, so erhält man in der Regel eine monoton fallende Funktion ("normale" Dispersion). Für einige Substanzen kann diese Funktion auch in bestimmten Wellenlängenbereichen mit zunehmender Wellenlänge eine steigende Funktion sein ("anomale" Dispersion).

Als Maß für die Größe der Dispersion dient die Differenz der Brechzahlen für die Spektrallinien H_α (sog. C-Linie; 656,28 nm) und H_β (F-Linie; 486,13 nm) des Wasserstoffatoms; dies ist die "mittlere Dispersion" $dn = n_F - n_C$.

8.1.4 Das Auge

Das Linsenauge ist eines der leistungsfähigsten in der Natur auftretenden Augen. Es findet sich bei Wirbeltieren (einschließlich Mensch) und Kopffüßern (z.B. Tintenfisch). Das Auge ist in die stabile Lederhaut eingehüllt. Der vor der Linse liegende durchsichtige und elastische Teil der Lederhaut heißt Hornhaut (Cornea); seine Brechzahl beträgt $n \approx 1,38$.

Der Lichteinfall in das Auge wird durch die Iris geregelt (die kreisförmige Blende, die den farbigen Teil des Auges bildet). Die Iris besitzt ein Loch (die Pupille), dessen Durchmesser sich etwa zwischen 2 mm und 8 mm ändern kann. Die Pupille wirkt schwarz, da von dort kein Licht und aus dem Auginnenraum nur wenig Licht reflektiert wird.

Die Augenlinse ist eine deformierbare bikonvexe Linse, aufgebaut aus mehreren Schichten unterschiedlicher Brechzahl. Der Krümmungsradius dieser Linse kann durch die ringförmigen Ziliarmuskeln geändert werden; z.B. wird bei Kontraktion der Muskeln die Linse kugelig und die Brechkraft steigt. Das Licht gelangt schließlich auf die Netzhaut (Retina), deren Rezeptoren¹ das Licht in elektrische Signale umwandeln, die über den Sehnerv ins Gehirn zur Weiterverarbeitung geleitet werden.

Als Gelber Fleck (Macula lutea) wird der Bereich der menschlichen Netzhaut bezeichnet, der die größte Dichte von Sehzellen aufweist. Er befindet sich in der Mitte der Netzhaut und hat einen Durchmesser von etwa 5 mm. Die äußerste 1,5 mm breite Zone der Macula ist der Bereich der höchsten Stäbchendichte. In der darauf folgenden 0,5 mm breiten Zone sinkt dann der Anteil der Stäbchen stark ab. Das 'schärfste' Sehen (feinste Ortsauflösung) findet in der Fovea centralis statt, einem Bestandteil des gelben Flecks, der ausschließlich Zapfen enthält (Durchmesser etwa 0,5 mm). 'Blinder Fleck' heißt die Stelle, an der der Sehnerv in die Netzhaut mündet.

Das Auge ähnelt in seiner grundlegenden Funktionsweise einer Filmkamera: Blende = Iris, Linse = Augenlinse, Film = Netzhaut. Das Nervensystem analysiert die einfallenden Signale und erzeugt daraus rund 30 Bilder pro Sekunde. Dabei werden durch die Augenbewegung immer andere Bereiche der Umgebung scharf abgetastet, das Gehirn setzt diese einzelnen Informationen zu einem insgesamt scharfen Gesamtbild zusammen. Auch hinsichtlich des Farbsehens trifft die Korrespondenz zur Filmkamera zu. Eine Kamera registriert mit spektral unterschiedlich empfindlichen Sensortypen drei Bilder, deren Helligkeit jeweils die Rot- Grün- und Blauanteile des Farbbilds wiedergeben; dies ist die sogenannte RGB-Norm. Das Auge besitzt ebenfalls drei rot-, grün- und blauempfindliche Zapfentypen auf der Netzhaut, und das Gehirn 'konstruiert' aus diesen drei Farbinformationen das Farbsehen. Weder Kamera noch Auge registrieren demnach die Wellenlängen elektromagnetischer Wellen, sondern zählen Photonen in drei Spektralbändern.

Die folgenden Bemerkungen gelten für ein normalsichtiges Auge. Man spricht vom Ruhezustand des Auges, wenn der Ziliarmuskel völlig entspannt ist. Die Augenlinse ist dann maximal gedehnt, die Krümmungsradien der Kugelflächen maximal, und die Brechkraft der Linse minimal. Lichtstrahlen, die von unendlich weit entfernten Punkten ausgehen, werden auf die Netzhaut abgebildet. Um endlich weit entfernte

¹ Stäbchen (ca. 125 Millionen) für das Schwarz-Weiß-Sehen in der Dunkelheit und Zapfen (ca. 7 Millionen) für das Farbsehen bei Tageslicht und Dämmerung. Um ein Stäbchen zu erregen, braucht es mindestens 5 Photonen.

Gegenstände scharf abzubilden, muss sich die Brechkraft der Augenlinse ändern. Diesen Vorgang nennt man Akkommodation (= Anpassung). Die Kontraktion des Ziliarmuskels bewirkt eine Stauchung der Augenlinse; die Linse wird kugelig und die Brechkraft erhöht sich². Unter Adaption versteht man die Anpassung an äußere Lichtverhältnisse durch Änderung des Pupillendurchmessers.

Fehlsichtigkeiten des Auges können durch Brillen (bzw. Kontaktlinsen) korrigiert werden. Wenn die Brechkraft des Auges zu groß ist, spricht man von Kurzsichtigkeit. Unendlich weit entfernte Gegenstände können in diesem Fall nicht scharf gesehen werden, da ihr Bild vor der Netzhaut liegt. Korrigieren lässt sich das durch eine Brille mit Zerstreuungslinsen. Bei Weitsichtigkeit ist die Brechkraft des Auges ist zu klein, um nahe liegende Gegenstände scharf abzubilden. Der Brennpunkt liegt hinter der Netzhaut. Eine Brille mit Sammellinse kann das ausgleichen. Bei Altersweitsichtigkeit kann die Augenlinse nicht mehr stark genug gekrümmt werden, um auf nahe Gegenstände zu akkomodieren. Und schließlich kann die Brechkraft des Auges in verschiedenen Richtungen (horizontal, vertikal usw.) unterschiedlich sein, was man als Astigmatismus bezeichnet. Die korrigierende Brille muss in diesem Fall Linsen haben, die in unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich gekrümmt sind.

Achtung: fassen Sie beim Experimentieren die optischen Komponenten immer nur an den Halterungen an! Niemals auf die optisch aktiven Flächen fassen!

8.2 Experimentelle Aufgaben

8.2.1 Bestimmung von Brennweiten – chromatische Aberration

Geräte: siehe Skizze.

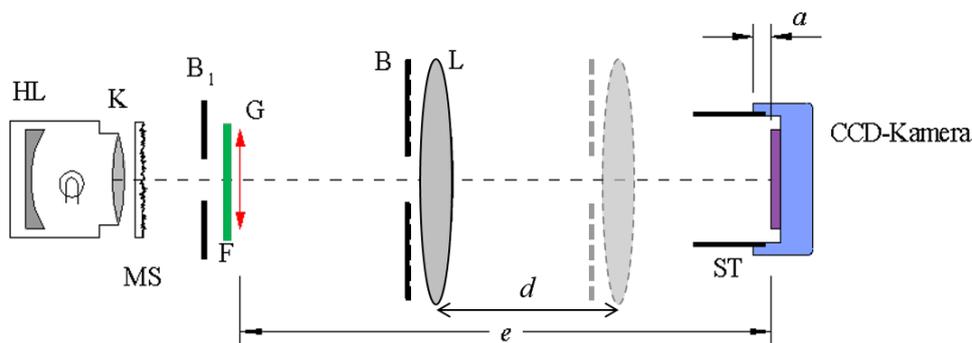


Abb. 8.9: Versuchsanordnung zur Brennweitenbestimmung.

HL, K Lampe mit Kondensator	L Linse
MS Mattscheibe	G Objekt (Messdia mit Strichmuster)
B, B ₁ Kreisblenden	e Abstand Messdia - Kamerasensor
F Farbfilter (Interferenzfilter)	d Strecke zwischen zwei Linsenstellungen, bei denen ein scharfes Bild auf der Kamera erscheint
ST Rohr vor CCD-Kamera zur Streulichtminimierung,	a Apparatekonstante $a = 12,5 \text{ mm}$ (Fehler vernachlässigbar); nicht nachmessen!

² Den Hauptbeitrag zur Brechung leistet die Grenzfläche zwischen Luft und Hornhaut. Aus diesem Grund kann man unter Wasser ohne Hilfsmittel nicht scharf sehen, da hier der Akkommodationsbereich der Augenlinse überschritten wird.

Die chromatische Aberration, eine der wichtigsten Abbildungsfehler, wird durch die Abhängigkeit der Brechzahl n von der Lichtwellenlänge λ verursacht. In diesem Versuch wird die Brennweite f (≈ 300 mm) einer plankonvexen Linse nach dem BESSEL-Verfahren (siehe Abb. 8.9) jeweils für verschiedene Lichtwellenlängen gemessen.

8.2.1.1 Versuchsdurchführung:

- a) Die optischen Bauteile sind auf der optischen Bank bereits in der Höhe vorjustiert, bitte kontrollieren. Die Kreisblende B sollte konzentrisch zur Linsenmitte eingestellt werden, so dass nur Zentralstrahlen die Linse passieren können.
- b) Der Abstand e (Bedingung $> 4f$ einhalten!) wird eingestellt und möglichst genau vermessen. *Er bleibt für alle folgenden Versuche konstant.*
- c) Vor das Messdia G (USAF 1951 Resolution Chart) wird zunächst das gründerlässige Interferenzfilter F montiert. Die Wellenlänge für die maximale Transmission der Filter, λ_{\max} , ist dem Aufdruck auf den Filtern zu entnehmen. Sie kann als fehlerfrei angenommen werden. Die Interferenzfilter sind jeweils so einzusetzen, dass diejenige Filterfläche, die silbrig reflektierend erscheint, zur Lichtquelle zeigt.
- d) Die Kamera ist über eine USB-Schnittstelle mit einem Laptop verbunden. Die Steuerung der Bildaufnahme, insbesondere auch die Einstellung der Helligkeit über die Belichtungszeit, erfolgt über das Programm *IC Capture*.
- e) Die Linse wird nun zusammen mit der Kreisblende so auf der optischen Bank verschoben, dass ein scharfes, verkleinertes Bild auf der Kamera entsteht. Notieren Sie die Stellung der Linse (Maßstab auf der optischen Bank).
- f) Die Linse wird zusammen mit der Blende zur Kamera hin verschoben, bis wieder ein scharfes, jetzt vergrößertes Bild auf dem Schirm entsteht. Notieren Sie wieder die Stellung der Linse. Die Verschiebungstrecke d muss so genau wie möglich bestimmt werden.
- g) Aus den Strecken e und d ist die Brennweite der Linse für die Wellenlänge zu berechnen.
- h) Die Messungen e) bis g) werden für alle weiteren Interferenzfilter durchgeführt.
- i) Zur Auswertung wird f über λ_{\max} grafisch aufgetragen; die Größtfehler von f werden in Form von Fehlerbalken eingezeichnet.
- j) Wie wirkt sich demnach die chromatische Aberration bei der Abbildung von Gegenständen aus, die mit weißem Licht be- oder durchleuchtet werden?

8.2.2 Die Lupe

Geräte: Sammellinse in Fassung, Objekt (Lineal mit mm-Teilung), Schirm mit mm - Raster, optische Bank, Maßstab.

Wir verwenden als Lupe eine "halbierte" Sammellinse, die vom Objekt ein vergrößertes Bild entwirft. Oberhalb der Schnittfläche der Linse ist das mm - Raster des

Schirms erkennbar (und zwar unvergrößert), so dass die Bildgröße unmittelbar bestimmt werden kann.

- a) Stellen Sie den Schirm im Abstand $b = 20$ cm von der Linsenmitte auf (Maßstab durch die Linsenfassung führen). Bei dicht hinter der Linse befindlichem Auge wird der Gegenstandsabstand g so eingestellt, dass sowohl das mm-Raster als auch das vergrößerte Bild des Objekts maximal scharf erscheinen. Berechnen Sie für diese Einstellung den Abbildungsmaßstab, hieraus die Brennweite f und die Sehwinkelvergrößerung.
- b) Wiederholen Sie die Messungen für die Bildabstände 25, 30, 40, ..., 60 cm. Achten Sie darauf, dass g jeweils neu eingestellt werden muss. (Kurzsichtige können nach Ablegen der Brille auch auf kleinere Bildabstände als 20 cm akkomodieren)

Wie groß ist die Brennweite der verwendeten Linse (Mittelwert und Standardfehler) und die jeweilige Sehwinkelvergrößerung?

8.2.3 Aufbau des Mikroskops

Geräte: Mikroskop aus Aufbauteilen der mikrooptischen Bank, Netzgerät.

Identifizieren Sie zunächst die wesentlichen einzelnen optischen Komponenten des Modellmikroskops: Beleuchtung, Objektiv, Okular; als Objekt dient eine Mikrometerskala, Teilung 5 mm in 200 Teile. Die Brennweite des Mikroskopobjektivs beträgt 2,75 cm, die des Okulars (Lupe) 5 cm.

- Identifizieren Sie zunächst die Bestandteile des Aufbaus. Der Teil hinter dem Objekt (dünner Strich auf transparenter Folie) dient nur der Beleuchtung; hier sollten Sie nichts verstellen. Die Mattscheibe sollte so weit zu Ihnen geschoben werden wie möglich, sie muss nicht bewegt werden.
- Verschieben Sie das Okular, bis die Mattscheibe scharf zu erkennen ist.
- Verschieben Sie das Objektiv, bis Sie auf der Mattscheibe ein scharfes Bild der Mikrometerskala sehen können.
- Verschieben Sie nun Objekt und Objektiv, bis für das Zwischenbild eine 4-fache Vergrößerung eingestellt ist. Wann ist dies der Fall? Die Mikrometerskala hat 200 (kleine) Striche auf einer Länge von 5 mm, entsprechend 40 Striche pro mm.
- Messen Sie nun die mechanische Tubuslänge t_m , also den Abstand zwischen Mittelebenen von Objektiv und Okular.
- Bauen Sie die Mattscheibe aus. Reduzieren Sie am Netzteil die Helligkeit der Beleuchtung, sonst werden Sie geblendet. Das Zwischenbild entsteht trotzdem, Sie können es ohne das grobe Papier sogar sehr viel besser erkennen.
- Ersetzen Sie zum Schluss die einfache Okularlinse durch eine professionellere Ausführung (schwarzes Rohr). Welche Vorteile hat die Benutzung dieses Okulars, das aus der Kombination zweier Linsen besteht?
- Zur Auswertung bestimmen Sie aus t_m gemäß Abb. 8.5 die optische Tubuslänge t und daraus die Gesamtvergrößerung des Mikroskops. Gehen Sie bei der Fehlerrechnung davon aus, dass nur t_m fehlerbehaftet ist. Stimmt die

Gesamtvergrößerung mit dem Wert aus den aufgedruckten Vergrößerungen des Objektivs und des Okulars überein?

8.2.4 Brechzahl und Dispersion

Geräte: Spektrometer-Goniometer, Hg-Spektrallampe mit Netzteil, Prisma.

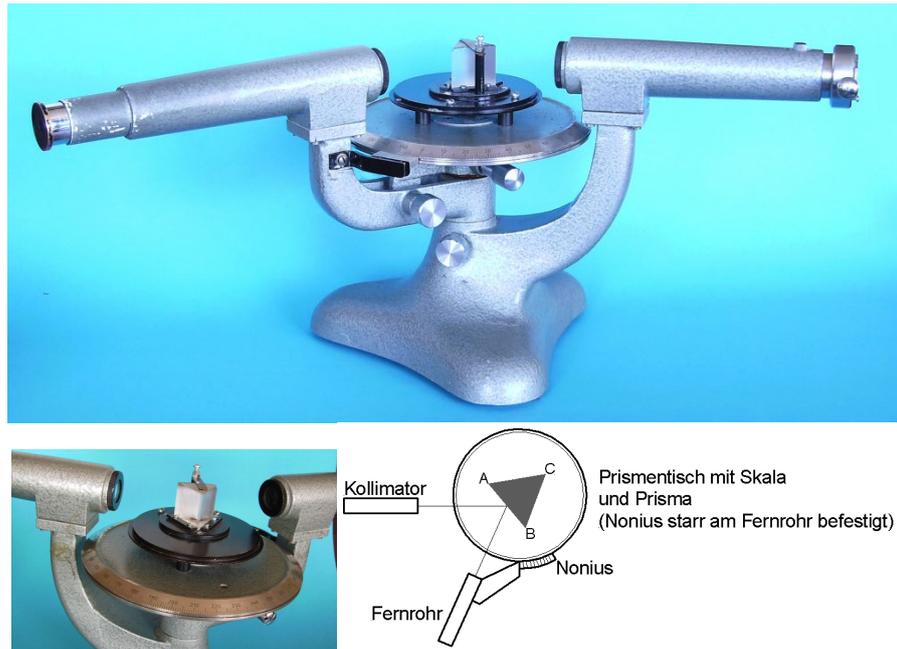


Abb. 8.10: Im Experiment genutztes Prismenspektrometer.

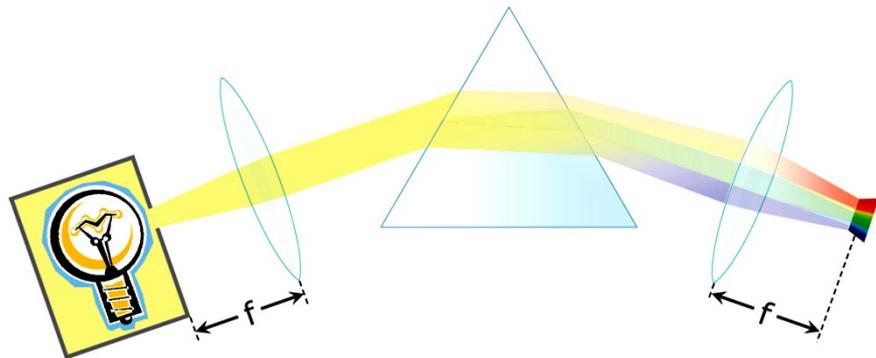


Abb. 8.11: Schematischer Aufbau eines Prismenspektrometers mit Lichtquelle und Spalt, Linse zur Parallelisierung des Lichtbündels, Prisma und Linse zur spektral zerlegten Abbildung des Spalts in der Bildebene.

Ein Spektrometer-Goniometer (Abb. 8.10 und Abb. 8.11) ist mit einem Nonius ausgestattet, mit dem Winkel sehr genau bestimmt werden können. Es dient der genauen Bestimmung optischer Daten von Prismen. In diesem Experiment soll die Brechzahl eines Prismenmaterials in Abhängigkeit von der Wellenlänge aufgenommen werden.

Warnung: Verdrehen Sie nicht alle Einstellknöpfe zugleich und / oder zu stark.

8.2.4.1 Versuchsdurchführung:

- a) Zunächst wird durch Reflexion des Lichtbündels an den Prismenflächen AB und AC der brechende Winkel φ des Prismas gemessen. Dazu wird der Prismentisch so eingestellt, dass das aus dem Kollimator kommende Lichtbündel an der Prismenfläche AB reflektiert wird. Der Reflex wird mit dem Fernrohr beobachtet; dabei wird das Fernrohr so justiert, dass das Spaltbild genau am senkrechten Strich des Fadenkreuzes anliegt (Bildschärfe durch Herausziehen des Okulars einstellen). In dieser Position wird das Fernrohr durch die obere Rändelschraube am Fuß des Gerätes arretiert. Die Winkelseinstellung ρ_1 des Prismentisches wird am Nonius abgelesen (Genauigkeit: $0,1^\circ$). Anschließend dreht man den Prismentisch so, dass das Licht an der Prismenfläche AC reflektiert wird und der Reflex in das arretierte Fernrohr fällt; das Spaltbild muss wieder an der gleichen Stelle des Fadenkreuzes liegen. Der eingestellte Winkel ρ_2 wird abgelesen; die Differenz beider Winkelablesungen ergibt den Drehwinkel. Hieraus lässt sich der brechende Winkel $\varphi = \angle BAC$ zu $\varphi = 180^\circ - |\rho_1 - \rho_2|$ berechnen.
- b) Danach wird Anordnung symmetrisch ausgerichtet. Zur Einstellung geht man folgendermaßen vor:
 - i. Man beobachtet eine mittlere Spektrallinie im Fernrohr. Wenn Sie das Rohr stillhalten und nur den Prismentisch in eine Richtung drehen, bewegen sich die Spektrallinien in Ihrem Sichtfeld zunächst in eine Richtung.
 - ii. Es gibt einen Punkt, an dem die Linienbewegung die Richtung ändert. Suchen Sie diesen Umkehrpunkt. Ggf. müssen Sie auch das Rohr bewegen, damit die Spektrallinien im Sichtfeld bleiben. Genau in diesem Umkehrpunkt wird der Prismentisch arretiert. In dieser Position liegt das Prisma symmetrisch im Strahlengang (Voraussetzung zur Bestimmung der Brechzahl).
- c) Bei fest arretiertem Prismentisch können nun nacheinander die Winkel δ_m für die einzelnen Spektrallinien vermessen werden. Dabei wird das Fernrohr so justiert, dass der senkrechte Strich des Fadenkreuzes an einer Kante des Spaltbildes anliegt. Anschließend nimmt man das Prisma aus dem Strahlengang heraus (Vorsicht: Prisma nicht mit den Fingern berühren!) und beobachtet direkt den beleuchteten Spalt. Die Differenz der gemessenen Winkel δ_m für die einzelnen Spektrallinien und dem jetzt abzulesenden Winkel δ_0 führt zur Berechnung des Ablenkungswinkels δ für jede einzelne Spektrallinie.
- d) Für die gemessenen Hg-Spektrallinien wird die Brechzahl n der verwendeten Substanz berechnet. In einem Diagramm wird sie gegen die Wellenlänge der betreffenden Spektrallinie aufgetragen. Dem Diagramm werden die Werte n_F und n_C entnommen; hieraus ist die mittlere Dispersion der verwendeten Substanz zu bestimmen. Das Hg-Spektrum (Wellenlängen, Intensitäten) des hier interessierenden Bereiches finden Sie im Anhang, in der Literatur und im Internet.

