

P H Y S I K – P R A K T I K U M

**für Studierende der Biologie
und Chemie (2-Fächer-Bachelor)**

Die Veranstaltung im Netz:



<https://uol.de/physik/praktika/bio-che/bio>

Impressum

Oktober 2020

Universität Oldenburg, Fakultät V, Institut für Physik

Gestaltung: Tim Eisenhardt (tim.eisenhardt@uol.de)

Lektorat und Vi.S.d.P.: Dr. Gerd Gülker (gerd.guelker@uol.de)

Lektorat (2018): Maren Andresen

Dieses Skript gehört zur Veranstaltung »Physik-Praktikum für Biologie und Zwei-Fächer-Bachelor Chemie« (phy910). Die Textinhalte unterliegen der Creative-Commons-Lizenz »Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International« (CC BY-NC-SA 4.0), deren Lizenztext einsehbar ist unter creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/. Die Rechte an den Bildinhalten liegen im Allgemeinen bei ihren Urhebern; im Detail sind die Lizenzbedingungen im Abbildungsverzeichnis aufgeführt.

Umschlagsbild: Ein Wasserläufer. Pexels Photo Nr. 10460 / TANGUY SAUVIN
Einband hinten: Albert Einstein. [pd]

Inhaltsverzeichnis

<i>E Einleitung</i>	<i>1</i>
<i>F Fehlerrechnung</i>	<i>11</i>
<i>1 Erster Versuchstag</i>	<i>19</i>
<i>2 Flüssigkeiten</i>	<i>27</i>
<i>3 Temperatur & Wärme</i>	<i>47</i>
<i>4 Elektrizität</i>	<i>63</i>
<i>5 Strahlenoptik</i>	<i>79</i>
<i>6 Wellen & Quanten</i>	<i>95</i>
<i>A Anhang</i>	<i>111</i>

Abbildungsverzeichnis

E.1	Beschriftung der Regressionskurve im falschen Zahlenformat.	8
E.2	Klassische Formatfehler bei Tabellen. Eigene Illustration [CC0 1.0]	9
E1	Streuung von Messwerten um einen Mittelwert. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	13
E3	Ausschnitt aus einem Diagramm mit y-Fehlerbalken. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	18
E2	Normalverteilung mit charakteristischen Größen. Wikimedia / M. W. TOEWS [CC BY 2.5]	18
1.1	Das Skelett eines Lemmings, auf die gleiche Größe gebracht wie ein Nilpferd. Entnommen aus W. Nachtigall – Ökophysik, S. 12.	22
1.2	Fadenpendel (schematisch).	22
1.3	Korrektes Messen des spire einer Kreiselschnecke. Eigenes Foto. [CC0 1.0]	23
1.4	So liest man einen Messschieber richtig ab. © MW-Import. mw-import.de/werkzeug/messschieber-ablesen.html	23
2.1	Auftriebskraft auf einen eingetauchten Körper.	29
2.2	An Wassertropfen kann man verschiedene Effekte von intermolekularen Kräften entdecken. (a) NASA [pd]; (b) pixabay.com/en/drop-of-water-drip-water-macro-2356282/ [CC0]; (c) © what-buddha-said.net what-buddha-said.net/gallery/var/albums/Dhamma-illustrations/lotus-drop.jpg?m=1430388074 [fair use].	31
2.3	Kontaktwinkel auf glatten und strukturierten Oberflächen. Wikimedia / VLADSINGER. [CC BY-SA 3.0]	32
2.4	Resultierende Kraft auf ein Molekül, was sich im Inneren der Flüssigkeit oder an der Oberfläche befindet. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	32
2.5	Messung der Oberflächenspannung mit einem Bügel. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	32
2.6	Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	32
2.7	Kapillarwirkung für Wasser und Quecksilber. Wikimedia / MESSERWOLAND [CC BY-SA 3.0]	33

2.8	Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Strömung. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	35
2.9	Zwei Reagenzgläser drehen sich im Kreis. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	36
2.10	Das Mischungskreuz. Wikimedia / anon. [CC0 1.0]	39
2.11	Schematische Darstellung eines Ubbelohde-Viskosimeters. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	40
3.1	Zwei frisch gebrühte Tassen Kaffee.	48
3.2	Funktionsweise eines Bimetalls. Wikimedia / VIRTUAL GAMMA [CC BY-SA 3.0]	49
3.3	Schematische Messschaltung mit einem Thermoelement. Wikimedia. [CC0 1.0]	49
3.4	1 kg Eis wird kontinuierlich erhitzt, dabei verändert sich die Temperatur T in Abhängigkeit von der zugeführten Wärme Q	52
3.5	Kreislauf im Kompressorkühlschrank. Wikimedia. [CC0 1.0]	53
4.1	Eine populäre Darstellung des Ohmschen Gesetzes. Urheber unbekannt. [fair use]	65
4.2	Ein Knoten und fünf Ströme I_i , die hinein- bzw. herausfließen.	66
4.3	Potentialverlauf für einen Stromkreis (eine Masche) aus drei Bauelementen. © Wiley Information Services GmbH (chemgapedia.de/vsengine/media/vsc/de/ph/14/ep/einfuehrung/elstromkreis/bilder/maschenregel.png) [Eigene Lizenzbedingungen]	67
4.4	Eine einfache Reihenschaltung.	67
4.5	Eine einfache Parallelschaltung.	68
4.6	Entladevorgang eines Kondensators über einen Widerstand.	69
4.7	Abbildungen zu den Rechenaufgaben.	70
4.8	Ein Widerstand im Stromkreis.	71
4.9	Aufbau zur Messung der Kennlinie einer Glühlampe.	71
4.10	Aufbau zur Kirchhoffschen Knotenregel.	72
4.11	Aufbau zur Kirchhoffschen Maschenregel.	73
4.12	Aufbau zur Ladung und Entladung eines Kondensators.	74
4.13	Das Oszilloskop. © Tektronix. [fair use]	75
4.14	Aufbau zur Messung der Kondensatorentladung mit dem Oszilloskop.	76
5.1	Das berühmte Cover des Pink-Floyd-Albums »The Dark Side of the Moon«. © Harvest / Capitol [fair use]	80
5.2	Funktionsweise einer camera obscura. Wikimedia / Wellcome Library, London [CC BY 4.0]	81
5.3	Zwei Bauformen sphärischer Linsen.	81
5.4	Konvex- und Konkavlinsen und wie sie das Licht brechen.	82
5.5	Konstruktion des Strahlengangs bei einer reellen Abbildung. Wikimedia / ANASTASIUS ZWERG [CC BY-SA 3.0]	82
5.6	Konstruktion des Strahlengangs bei einer virtuellen Abbildung. Wikimedia / PETER STEINBERG [CC BY-SA 3.0]	83
5.7	Sehwinkelvergrößerung bei einer Lupe. Wikimedia / DIRK HÜNNIGER [CC BY-SA 3.0]	84

5.8	Schematischer Aufbau eines einfachen Mikroskops. Urheber unbekannt. physik.fu-berlin.de/studium/lehre/gp/dateien/gp-doku/MIK_neu.pdf [fair use]	85
5.9	Brechung an einer Grenzschicht zwischen zwei Medien. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	86
5.10	Ein Lichtstrahl wird an einem Prisma gebrochen. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	87
5.11	Aufbau des Auges eines Wirbeltieres. Wikimedia / TALOS & JAKOV. [CC BY-SA 4.0]	88
5.12	Schematischer Versuchsaufbau für das Prismenspektrometer. Wikimedia / MICHAEL ENTRUP. [CC BY-SA 4.0]	91
5.13	Dispersionskurve des Prismenglases mit linearer Regression über einen Teil der Messpunkte.	93
6.1	Das gesamte Spektrum elektromagnetischer Wellen. Wikimedia / Horst Frank. [CC BY-SA 3.0]	99
6.2	Beugungseffekte und wie man sie erklären kann.	100
6.3	Konstruktive und destruktive Interferenz. Wikimedia / JKRIEGER. [CC BY-SA 3.0]	101
6.4	Interferenzerscheinungen. (a) Leifi Physik / Holtgrave [fair use]; (b) Wikimedia / FLICKA [CC BY-SA 4.0]; (c) Wikimedia / CHARLES J SHARP [CC BY-SA 4.0]; (d) Wikimedia / HEINRICH PNIOK [CC BY-SA 4.0]; (e) Wikimedia / JHBDEL [CC BY-SA 3.0].	102
6.5	Schematische Darstellung des Doppelspaltexperiments. Wikimedia / NOBELIUM. [CC BY-SA 3.0]	103
6.6	Der objektseitige Öffnungswinkel. Wikimedia / BAUTSCH. [CC BY-SA 3.0]	104
6.7	Elektronenmikroskopie einer Milbe. Wikimedia. [CC0 1.0]	105
6.8	Schematischer Versuchsaufbau für die Beugung am Einfachspalt. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	105
6.9	Schematischer Versuchsaufbau für die Messung der Numerischen Apertur. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	108
6.10	Schematischer Versuchsaufbau für die Messung der Spektrallinien. Eigene Illustration. [CC0 1.0]	109

Erklärung der Lizenzen

[CC0]: CC0 Universal Public Domain Dedication – Die Person, die ein Werk mit dieser Deed verknüpft hat, hat dieses Werk in die Gemeinfreiheit – auch genannt Public Domain – entlassen, indem sie weltweit auf alle urheberrechtlichen und verwandten Schutzrechte verzichtet hat, soweit das gesetzlich möglich ist. Sie dürfen das Werk kopieren, verändern, verbreiten und aufführen, sogar zu kommerziellen Zwecken, ohne um weitere Erlaubnis bitten zu müssen.

Weitere Informationen: creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/deed.de

[pd]: Der Urheber hat das Werk in die Gemeinfreiheit (public domain) entlassen, ohne eine spezifische Lizenz zu nennen (z.B. Bilder der NASA).

[CC BY-SA]: Creative Commons Attribution – ShareAlike.

Weitere Informationen: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

[fair use]: Die Wiedergabe dieses Inhalts im Kontext von Wissenschaft und Lehre stellt keine Einschränkung der Rechte des Urhebers dar. Die Rechte für anderweitige Verwendungen verbleiben aber beim Urheber.

Sehr einfache Illustrationen, z.B. Schaltpläne, erfüllen nicht die für einen urheberrechtlichen Schutz nötige Schöpfungshöhe und werden daher ohne Quellenangaben aufgeführt.

E Einleitung

Inhalt

E.1 Organisatorisches	1
E.1.1 Vorbereitung	2
E.1.2 Durchführung	3
E.1.3 Protokolle erstellen und abgeben	3
E.1.4 Kreditpunkte & Note	4
E.2 Literaturhinweise	4
E.3 Aufbau des Protokolls	5
E.4 Viel Protokoll mit wenig Stress	6
E.4.1 Zeitrahmen & Workflow	6
E.4.2 Aufbau & Gliederung	7
E.4.3 Zahlenformat	7
E.4.4 Diagramme	8
E.4.5 Formeln	8
E.4.6 Griechische Buchstaben	8
E.4.7 Tabellen	9
E.4.8 Rechnungen	10

Willkommen zum Physikpraktikum! In dieser Veranstaltung werden Sie wertvolle Kenntnisse über naturwissenschaftliche Arbeit erlangen. Neben der Entwicklung Ihres physikalischen Weltbildes wird es vor allem um Methoden gehen – Beobachtung, Messtechnik, systematische Auswertung und ein kritischer Umgang mit Daten können am besten an konkreten, praxisnahen Problemen geschult werden. Daher werden Sie im Laufe dieses Laborpraktikums mit immer mehr Selbständigkeit und Eigenverantwortung an die Versuchstage herangeführt werden.

Dieses Skript soll Sie bei diesem Projekt begleiten. Es wird online verfügbar sein, daneben werden aber auch ausreichend kostenlose Druckexemplare verteilt. Schreiben Sie Ihren Namen auf die Titelseite und es wird hoffentlich immer den Weg zurück zu Ihnen finden.

E.1 Organisatorisches

- Das Praktikum besteht aus **sechs Versuchstagen**.
- Es gibt verschiedene Termine zur Auswahl, die **zweiwöchentlich** stattfinden. Pro Termin kann eine **Gruppe** von max. 10–12 Studierenden die Versuche machen.

- Jeder Gruppe ist eine **Tutorin** zugeordnet. Zusammen mit der Technischen Assistenz (TA) ist sie für die Betreuung der Teilnehmerinnen zuständig.
- Die Zuteilung in **Gruppen** (und damit **Termine**) geschieht im Rahmen einer **Einführungsveranstaltung**, zu der Sie erscheinen sollten. Sie wird über das Stud.IP angekündigt.
- Falls **Zusatztutorien** zur Einführung in Excel und/oder zur Auffrischung der Schulmathematik angeboten werden, erfahren Sie die Termine bei der Einführungsveranstaltung oder über das Stud.IP. Die Zusatztutorien finden vermutlich vor dem ersten Versuchstag statt.
- Die Teilnehmerinnen des Praktikums organisieren sich zu Beginn der ersten Praktikumsveranstaltung in **Teams**, die aus zwei Personen bestehen. Diese Teams bearbeiten alle Praktikumsversuche gemeinsam und bleiben in der Regel für die Dauer des Praktikums bestehen.
- Ein **Dreierteam** gibt es nur dann, wenn eine ungerade Zahl von Teilnehmerinnen in einer Gruppe ist. Das Dreierteam wird aufgelöst, sobald die Voraussetzung ihrer Entstehung nicht mehr vorliegt, d.h. unter Umständen auch während der Veranstaltung.
- Es gibt **keine Fehltermine**; Sie müssen alle Versuche durchführen. Sollten Sie aus einem triftigen Grund an einem Tag nicht am Praktikum teilnehmen können, so teilen Sie dies der Tutorin rechtzeitig mit. Es besteht eventuell die Möglichkeit, die versäumten Versuche in einer der anderen Gruppen durchzuführen; falls dies nicht möglich ist, müssen die Versuche nach Ende des Praktikums nachgeholt werden (nach Absprache mit der Tutorin und der Technischen Assistenz in der Regel nach der letzten Veranstaltungswoche).
- Im Interesse derjenigen Studierenden, die keinen oder einen terminlich ungünstigen Praktikumsplatz bekommen haben, wird erwartet, dass belegte Plätze auch tatsächlich in Anspruch genommen werden. Bei zweimaliger aufeinanderfolgender Abwesenheit verfällt der Praktikumsplatz; er wird gegebenenfalls an andere Interessierte vergeben.

E.1.1 Vorbereitung

Lesen Sie vor jedem Versuchstag den Abschnitt »**Was ist vorher zu tun?**« und arbeiten Sie die Liste ab, die dort steht. Diese Liste ist für die ersten Versuchstage noch kürzer; nach und nach bekommen Sie dann mehr Verantwortung und weniger Hilfestellungen.

Allgemein gehört zu diesem Laborpraktikum selbstverständlich eine begleitende Auseinandersetzung mit den behandelten Themen im Rahmen der **Vorlesung** und/oder im Selbststudium mit der einschlägigen **Literatur**, siehe E.2. Die Zeit im Labor ist leider viel zu knapp, um eine gute Einführung in die jeweils behandelte Thematik zu bieten!

E.1.2 Durchführung

- An jedem Praktikumstermin führen Sie mehrere Versuche durch. Die **Reihenfolge** ist beliebig, aber die Technische Assistenz weiß meistens schon, wo sich ein »Flaschenhals« bilden könnte. Sorgen Sie dafür, dass solche Versuchsaufbauten möglichst immer besetzt sind, dann können alle früher Feierabend machen.
- Die für den jeweiligen Versuch benötigten Geräte und die notwendigen Zubehörteile befinden sich in der Regel am Arbeitsplatz und sind dort auch zu belassen. Insbesondere Taschenlampen, Stoppuhren und Zollstöcke verspüren manchmal eine ungeheure Wanderslust – trotzen Sie ihnen in diesem Bestreben.
- Jede Gruppe stellt nach Beendigung jedes Versuchs den vorgefundenen Zustand wieder her. Das bedeutet insbesondere:
 - Entleeren und **Reinigen** der benutzten Glasgeräte,
 - bei bestimmten Versuchen: Auf- und Abbau der elektrischen Schaltungen,
 - **Abschalten** der elektrischen Geräte – Ausnahmen nach Anweisung der Betreuerinnen.
- Sie gehen in diesem Praktikum mit elektrischem Strom, mit Lasern und mit kochendem Wasser um – seien Sie im eigenen Interesse entsprechend vorsichtig! Bei ordnungsgemäßer Durchführung geht von den Experimenten keine Gefährdung aus. Lassen Sie sich von den betreuenden Personen über die Vorsichtsmaßnahmen, Sicherheitsvorkehrungen und Risiken informieren. Lesen Sie sorgfältig die **Sicherheitshinweise** zur Arbeit in den Labors des Praktikums.

Die wichtigste Ausnahme sind Gasentladungslampen. **Nie ausschalten, noch weniger selbst einschalten!**

E.1.3 Protokolle erstellen und abgeben

Wie Sie ein Protokoll schreiben, erfahren Sie in den Abschnitten E.3 und E.4.

- Jedes Team fertigt nach dem Versuchstag gemeinsam ein Protokoll an.
- Das **Deckblatt** des Protokoll sollte neben dem Titel die Namen aller Autorinnen und der zuständigen Tutorin enthalten, außerdem das Datum des Praktikumstermins.
- Das Protokoll muss **eine Woche nach dem Praktikumstermin** im Postfach der Tutorin sein – normalerweise ist dies das Fach 111 bei der Geschäftsstelle der Physik, W2, Ebene 1, linker Flügel, beim Treppenhaus. Spätere Abgabe ohne vorherige Rücksprache kann zum Nicht-Bestehen des Praktikums führen.
- Sie erhalten Ihr Protokoll beim nächsten Praktikumstermin mit Anmerkungen zurück. Sollte es etwas zu **korrigieren** geben, haben Sie nun noch einmal eine Woche Zeit, um dies zu erledigen. Die korrigierten Passagen (und *nur* diese – nicht das ganze Protokoll noch einmal!) heften Sie an das ursprünglich abgegebene Originalprotokoll mit den Anmerkungen der Tutorin. Danach sollten alle bemängelten Punkte korrigiert

sein. Ist das nicht der Fall, muss der Versuch wiederholt werden. Kommt dies öfter vor, gilt das Praktikum als nicht bestanden.

- Protokolle, die Grafiken, Tabellen oder Textpassagen aus fremden Quellen enthalten, ohne dass die Quellen zitiert werden, sind **Plagiate** und werden mit mangelhaft bewertet. In diesem Zusammenhang wird nachdrücklich auf die »Ordnung über die Grundsätze zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis an der Carl von Ossietzky Universität« hingewiesen.

E.1.4 Kreditpunkte & Note

Wenn Sie...

- regelmäßig am Praktikum teilgenommen haben,
- alle Versuche erfolgreich durchgeführt haben,¹
- alle Protokolle rechtzeitig abgegeben haben,
- alle Protokolle auch wieder rechtzeitig bei Ihrer Tutorin abgeholt haben,²
- für alle diese Punkte ein Testat Ihrer Tutorin bekommen haben und
- die Klausur (oder sonstige Prüfungen) bestanden haben,

...dann erhalten Sie die entsprechenden Kreditpunkte, wobei die Note durch die Klausur bestimmt wird.

Bonuspunkte-Regelung: Wenn Sie auf ein Protokoll sofort ein Testat bekommen, ohne dass nennenswerte Mängel beanstandet wurden, ist dies ein Testat »mit Sternchen«.³ Für mindestens drei solche Auszeichnungen verbessert sich Ihre Klausurnote um eine Notenstufe (z.B. von 2,7 auf 2,3), aber nur, wenn die Klausur auch ohne Notenverbesserung bestanden wäre.

¹ es gibt keine Fehlertermine, s.o.

² Protokolle müssen bis spätestens 4 Wochen nach Veranstaltungsende abgeholt werden, sonst kann der Versuch als verfallen gewertet werden.

³ Für den ersten Versuchstag gilt das nicht.

E.2 Literaturhinweise

Es folgt hier eine kleine Auswahl von Lehrbüchern, die Sie im Praktikum begleiten könnten:

Fritsche: »Physik für Biologen und Mediziner« (Springer) Originelle Erklärung der physikalischen Welt, angefangen beim atomistischen Weltbild. Fritsche deckt alle Themen ab, die für Praktikum und Vorlesung relevant sind, und einiges darüber hinaus.

Schenk: »Physikalisches Praktikum« (Springer) Richtet sich eher an Studierende der Physik. Viele klassische Praktikumsversuche werden sehr detailliert, aber nicht unbedingt leicht verständlich erläutert.

Beide Empfehlungen sind im Orbis als eBook **frei verfügbar**.⁴ Praktikumsbände konkret für Nebenfach-Physik gibt es eigentlich auch, aber aktuell scheinen sie alle vergriffen zu sein. Vielleicht hat die gestiegene Qualität der Praktikumskripte sie vom Markt verdrängt?

⁴ Dafür müssen Sie sich direkt oder über ein VPN im Netzwerk der Universität befinden.

E.3 Aufbau des Protokolls

Um den Zeitaufwand für dieses Laborpraktikum im Rahmen zu halten, sind die Anforderungen an Ihre Protokolle im Vergleich zu anderen Veranstaltungen etwas reduziert. Konkret: Sie müssen Grundlagen und Methodik nicht vollständig beschreiben, sondern können davon ausgehen, dass der Leserin auch dieses Skript vorliegt.

Die Versuche sollten in einem Protokoll **nachvollziehbar** und **reproduzierbar** beschrieben werden. Dazu muss nicht jeder Handgriff geschildert werden; die Darstellung muss vielmehr eine sachkundige dritte Person in die Lage versetzen, die Versuchsergebnisse nachvollziehen bzw. den Versuch nachstellen zu können. Ein *vollständiges* Protokoll sollte dies im Wesentlichen ohne zusätzliche Quellen leisten – in dieser Veranstaltung aber müssen Sie nichts wiederholen, was im Skript schon beschrieben wurde. Insbesondere müssen Sie bei uns **keinen Theorieteil** schreiben – bloß Formeln, die nicht explizit im Skript stehen, sollten kurz (skizzenhaft) hergeleitet werden.

Der Fokus dieser Veranstaltung liegt zwar auf der Physik und nicht auf der Erstellung wissenschaftlicher Texte; Sie sollen sich aber im Zuge des Praktikums auch mit den Standards der wissenschaftlichen Dokumentation vertraut machen und eine effiziente Arbeitsweise einüben. Daher gelten für sprachlichen Ausdruck und formale Gestaltung generell die gleichen Regeln wie in anderen akademischen Kontexten. Insbesondere heißt das: korrekte Zitationen (nach welcher Konvention, dürfen Sie entscheiden), Abbildungen und Tabellen mit Beschriftungen.⁵

Die Gliederung Ihres Protokolls sollte sich an der folgenden Auflistung orientieren:

1. Das **Deckblatt** des Protokolls sollte neben dem Titel die Namen aller Autorinnen und der zuständigen Tutorin enthalten, außerdem das Datum des Praktikumstermins.
2. In einer kurzen **Einleitung** beschreiben Sie kurz (1-3 Sätze), womit Sie sich an diesem Versuchstag beschäftigt haben.
3. Für **jeden Versuch** folgende Abschnitte:
 - (a) Eine kurze **Zusammenfassung**, was in diesem Versuch gemacht wurde (1-3 Sätze direkt unter der Überschrift).
 - (b) **Aufbau**: Hier beschreiben Sie kurz, welche Materialien wie angeordnet waren, um den Versuch möglich zu machen. Eine Skizze kann hier helfen. Wenn der Aufbau sehr trivial ist (zwei Schnecken, ein Messschieber), können Sie diesen Abschnitt auch mit der Durchführung zusammenlegen. Abbildungen können hierfür gerne aus dem Skript übernommen werden – korrekte Kennzeichnung natürlich vorausgesetzt.
 - (c) **Durchführung**: Was haben Sie vor dem Versuch und während des Versuches getan? Gehen Sie insbesondere auf Punkte ein, die über das Skript hinausgehen – für welche Vorgehensweise haben Sie sich entschieden; vielleicht für eine andere, als im Skript vorgeschlagen war? Das könnte für die Leserin wichtig sein.

⁵ Benutzen Sie dafür die entsprechende Word-Funktion. In der Fachwelt üblich sind Beschriftungen *über* Tabellen (weil diese auch länger sein können) und *unter* Abbildungen.

- (d) **Messwerte & Auswertung:** Hier präsentieren Sie Ihre eigentliche Arbeit. Sie haben vermutlich in Excel eine ordentlich beschriftete Tabelle angelegt, in welcher Ihre Messwerte zu interessanten Ergebnissen weiterverarbeitet werden (dazu gehört auch die **Fehlerrechnung**). Diese Tabelle kopieren Sie dann in diesen Abschnitt und erläutern Ihre Vorgehensweise reproduzierbar. Generell muss dieser Abschnitt alle relevanten Ausgangsdaten enthalten – das ist im Wissenschaftsbetrieb nicht üblich und auch nicht immer möglich – und alle verwendeten Formeln, ggf. mit Herleitung aus Formeln, die sich im Skript finden. Ihre Ergebnisse werden an dieser Stelle noch nicht interpretiert oder kommentiert; das sparen Sie sich für den letzten Abschnitt auf.
- (e) **Ergebnis & Diskussion:** Hier schreiben Sie noch einmal klar und unmissverständlich, zu welchem Endergebnis Sie gekommen sind. Meistens ist das Ergebnis ein Zahlenwert mit Messungenauigkeit – achten Sie dann auf das richtige Zahlenformat (siehe E.4.3). Nun wird es richtig interessant! Fragen Sie sich: Was ist eigentlich passiert? War die Messung erfolgreich? Ist das Ergebnis (und der Fehler) plausibel? Falls Literaturdaten verfügbar sind (suchen!): Wie groß ist die Abweichung? Kann sie mit den berücksichtigten Fehlereinflüssen erklärt werden, oder gab es weitere Fehlerquellen? Wenn ja, welche? Sollte alles glatt gelaufen sein, sind Sie hier schnell fertig. Andernfalls sind Ihre analytischen Fähigkeiten gefragt.
4. Zuletzt ist noch Gelegenheit, abschließende Bemerkungen, Kritik und Verbesserungsvorschläge loszuwerden (optional).
5. Ein **Literaturverzeichnis** sollte natürlich nicht fehlen, falls Sie Inhalte aus diesem Skript oder anderen Quellen zitiert haben.

E.4 Viel Protokoll mit wenig Stress

Ein Ratgeber für Studierende, von einem Studierenden.

E.4.1 Zeitrahmen & Workflow

Für die Erstellung des Protokolls bleibt euch nur eine Woche – fangt also am besten früh an, insbesondere wenn ihr für das Wochenende schon Pläne habt. So sind die Eindrücke aus dem Praktikum auch noch frisch und man erinnert sich leichter, was man da gemessen hat.

Der erste Schritt ist immer, alle gemessenen Daten in den Computer zu übertragen. Macht euch pro Versuchstag eine Exceldatei, mit (mindestens) einer Arbeitsmappe pro Versuch. Überträgt alle Zahlenwerte von Anfang an in übersichtliche, korrekt beschriftete Tabellen, denn

1. ... die Übersicht hilft *gerade* auch euch.
2. ... ihr braucht es am Ende sowieso.

Dann könnt ihr einfach kopieren und einfügen. Macht dann alle Rechnungen am besten direkt mit Formeln in Excel, auch wenn es mit dem Taschenrechner genauso gut gehen würde. Die Vorteile treten zu Tage, wenn

ihr irgendwo einen falschen Wert benutzt habt, oder zwei Ziffern verdreht waren: Jetzt müsst ihr nur diesen Fehler korrigieren, und alle abgeleiteten Werte werden automatisch aktualisiert. Das spart viel Zeit!

Wenn für die Auswertung oder die Fehlerrechnung Formeln ausgerechnet oder umgestellt werden müssen, macht man das am besten mit Bleistift und Papier und überträgt dann die Formel in Excel. Ist das Ergebnis plausibel? Falls nein, sucht den Fehler!

Erst wenn die Auswertung abgeschlossen ist, öffnet man Word und überträgt alle Tabellen, Diagramme und Ergebnisse. Wenn man die Formeln der Fehlerrechnung jetzt in den Formeleditor eingibt, ist es unwahrscheinlich, dass man noch etwas daran ändern muss. Als letztes schreibt ihr eine kurze Einleitung.

E.4.2 Aufbau & Gliederung

Zum Aufbau eines Protokolls verweisen wir hier auf die Musterprotokolle zu den ersten Versuchen, die als Beispiel für spätere Eigenkreationen dienen sollen. Diese Gliederung ist nicht verbindlich; je nach Art der Versuche kann es sinnvoll sein, einen Teil der Dokumentation in übergeordnete Abschnitte zu verlagern oder für jeden Versuch einzeln.

Ein richtiger Theorieteil wird, wie gesagt, im Gegensatz zu anderen Praktika nicht verlangt.

E.4.3 Zahlenformat

Ein korrektes Zahlenformat ist nicht bloß sinnlose Konvention, sondern macht Rechnungen viel übersichtlicher! Das erleichtert es deiner Tutorin und auch dir selbst, dein Protokoll zu lesen und nachzuvollziehen. Tabelle E.1 verdeutlicht die richtige Vorgehensweise anhand von Beispielen.

$m = (12,83 \pm 0,01) \text{ g}$	✓	Optimale Schreibweise.
$m = (12,831 \pm 0,01) \text{ g}$	✗	Messwert und Fehler haben nicht das gleiche Format.
$m = (12,831 \pm 0,012) \text{ g}$	(✓)	Manchmal kann man den Fehler auch mit zwei signifikanten Stellen schreiben.
$m = (12,8 \pm 0,01) \text{ g}$	✗	Der Messwert hat zu wenige signifikante Stellen.
$m = (12,83176 \pm 0,01234) \text{ g}$	✗	Zu viele signifikante Stellen – der Fehler sollte max. 2 signifikante Stellen haben.
$m = (0,01283 \pm 0,00001) \text{ kg}$	(✓)	Nicht falsch, aber etwas unübersichtlich.
$m = (1,283 \pm 0,001) \cdot 10^{-2} \text{ kg}$	✓	Besser – soll das Ergebnis in SI-Basiseinheiten stehen, ggf. Zehnerpotenz ausklammern!
$m = 12,83 \pm 0,01 \text{ g}$	✗	Der Messwert steht ohne Einheit – das »g« bezieht sich nur auf den Fehler.
$m = 12,83 \text{ g} \pm 0,01 \text{ g}$	(✓)	So wäre es in Ordnung. Die Schreibweise mit Klammern ist aber übersichtlicher.
$m = 12,83 \text{ g} \pm 10 \text{ mg}$	✗	Messwert und Fehler haben nicht das gleiche Format. Unleserlich!

Bei relativen Fehlern sind 1-2 signifikante Stellen ausreichend.

Der Messwert sollte genau so viele Stellen haben, wie er bei der Notation mit dem absoluten Fehler hätte:

$m = 12,8 \text{ g} \pm 1,2\%$	✓	Optimale Schreibweise.
$m = 12,8 \text{ g} \pm 3\%$	✓	Ebenfalls super.
$m = 12 \text{ g} \pm 1\%$	✗	1 % von 12 g sind 0,12 g – also muss die Masse genauer angegeben werden.

Tabelle E.1: Zahlenformate – richtig und falsch.

In Excel kann das **Zahlenformat** ebenfalls angepasst werden: entweder mit [Rechtsklick] → [Zellen formatieren], oder schnell mit den Buttons in der Menüleiste im Bereich [Zahl]. Manchmal weiß man nicht genau, wie groß der Fehler für bestimmte Zahlenwerte ist, dann gilt als Faustregel: ungefähr so viele signifikante Stellen wie die Messwerte, aus denen die Werte ausgerechnet wurden, vielleicht eine mehr. Aber immer das gleiche Format für alle Zahlen einer Spalte, und niemals die volle Genauigkeit der Ausgabe von Excel-Formeln! So präzise arbeiten wir im Nebenfachpraktikum nie.

E.4.4 Diagramme

Achsen müssen natürlich beschriftet werden. Wenn Excel den Zahlenbereich ungünstig wählt, kann und sollte man ihn manuell anpassen. Das geht ganz intuitiv mit einem Rechtsklick auf die entsprechende Achse, dann »Achse formatieren«. Standardmäßig benutzt Excel für die Achsenwerte das gleiche Format wie in den Ursprungszellen, auch wenn die Nachkommastellen z.B. immer null sind. Das kann man ebenfalls anpassen, und zwar im gleichen Menü unter »Zahl«. Wenn man Regressionen macht (»Trendlinie hinzufügen«) und sich die Formel anzeigen lässt, sieht das oft so aus wie in Abb. E.1 dargestellt.

Der Vorfaktor ist dann natürlich nicht wirklich genau Null, er wird nur in einem ungünstigen Format angezeigt. Um das zu beheben, macht man einen Rechtsklick und wählt »Trendlinienbeschriftung formatieren«, wo man dann ein anderes Zahlenformat wählen kann. Hinter »Wissenschaftlich« verbirgt sich die Darstellung als Fließkommazahl – die funktioniert immer.

E.4.5 Formeln

Die neuen Versionen von Word haben mittlerweile einen recht guten Formeleditor, der für die Erstellung der Protokolle völlig ausreicht. Es gibt viele Kurzschreibweisen, die die Arbeit erleichtern, weil man die Maus nicht mehr benutzen muss, siehe Tabelle E.2 – wer LaTeX kennt, wird sich sofort zurechtfinden.

E.4.6 Griechische Buchstaben

Im Anhang (auf Seite 114) ist das ganze griechische Alphabet aufgeführt. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die griechischen Buchstaben in das Protokoll zu bekommen:

- Mit dem Formeleditor, siehe oben. Daran kommt man nicht vorbei.
- Einfügen → Symbol. Das funktioniert in Word und Excel gleichermaßen, eignet sich daher auch für Kopfzeilen von Tabellen.
- Windows-Zeichentabelle. Eher umständlich.
- »Griechisches Alphabet« googeln und mit STRG+C, STRG+V herauskopieren.

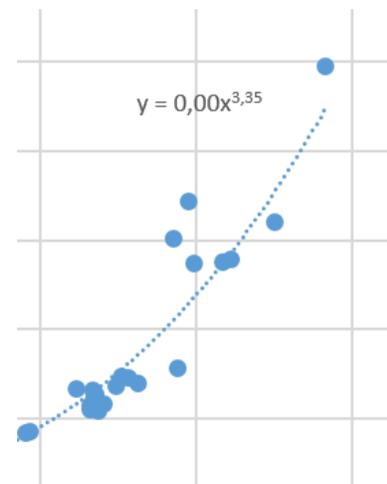


Abbildung E.1: Beschriftung der Regressionskurve im falschen Zahlenformat.

Befehl	Ergebnis
<code>f_i r^4</code>	$f_i r^4$
<code>\alpha \Omega</code>	$\alpha \Omega$
<code>\+-</code>	\pm
<code>\cdot</code>	\cdot
<code>\partial</code>	∂

Tabelle E.2: Einige Kurzbefehle im Word-Formeleditor.

- Für die ganz Schnellen: Griechisches Tastaturlayout aktivieren und mit WIN+LEER zwischen den Eingabemodi umschalten. Die meisten Buchstaben sind da, wo man sie erwarten würde, z.B. α auf der A-Taste.

E.4.7 Tabellen

Übersichtliche Tabellen helfen schon bei der Auswertung. Einige Studierende machen sich viel unnötige Arbeit bei der Darstellung ihrer Messungen und Ergebnisse, die sich mit einer einzigen Tabelle erübrigen würde.

Alle Tabellenwerte müssen mit Einheit und Fehler angegeben werden. Man kann das für jeden Wert einzeln machen – oder man spart sich die Arbeit und nimmt diese Werte in die Kopfzeile auf. Ist der Fehler für jeden Wert anders, so ist dafür eine separate Spalte sinnvoll.

Kraft beim Abreißen	
F [mN] \pm 0,1 mN	
dest. Wasser	Wasser mit Spülmittel
8,8	4,4
7,9	4,0
8,3	4,2
8,0	4
8,1	4,1
7,9	4,0
7,8	3,9
8,4	4,2
Mittelwert	8,2 4,1
σ_n	0,3 0,31234823478

Zahlen sollten immer im gleichen Format (mit allen relevanten Stellen) angegeben werden, auch wenn nach dem Komma nur Nullen kommen.

Insbesondere die Ausgabe von Excel-Formeln muss im Format immer angepasst werden. Hier sollte das gleiche Format gewählt werden wie für die Messwerte, also mit einer Nachkommastelle.

Die Schreibweise mit Einheiten in eckigen Klammern hat bei manchen Physikern einen schlechten Ruf (weil die eckigen Klammern noch weitere Bedeutungen haben), ist aber oft übersichtlicher als die Schreibweise, die die PTB⁶ vorschlägt, siehe Tabelle E.3. Oft werden Einheiten auch handli-

Abbildung E.2: Klassische Formatfehler bei Tabellen.

⁶ Physikalisch-technische Bundesanstalt

Kopfzeile nach DIN	Alternative 1	Alternative 2
<i>d/m/m/kg</i>	<i>d/m in m/kg</i>	<i>d/m [m/kg]</i>

Tabelle E.3: Drei mögliche Beschriftungen von Kopfzeilen.

cher, wenn man sie mit Exponenten schreibt:

$$\text{km/h} \rightarrow \text{kmh}^{-1}$$

$$\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \text{ms}^{-2}$$

Formelzeichen und Einheiten haben oft die gleichen Buchstaben. Die Eindeutigkeit ist bei der DIN-Schreibweise nur durch Kursivsetzung der Formelzeichen gegeben, was handschriftlich schwer umzusetzen ist. Macht es so, wie ihr es für richtig haltet!

E.4.8 Rechnungen

In der Schule soll man Zahlenwerte noch in die Formeln einsetzen. Bei großen Formeln, wie sie in der Praxis nun einmal auftreten, wird das aber furchtbar unübersichtlich. Gängige Praxis ist es daher, die Formel mit Formelzeichen und Ergebnis zu schreiben, und die Zahlenwerte der benutzten Größen ggf. noch anschließend zu nennen.

BEISPIEL

Wir bestimmten die Länge des Pendels vom Auflagepunkt bis zur Mitte des Gewichts als $l = (86,0 \pm 0,5)$ cm. Damit ergibt sich als theoretischer Wert für die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} = 18,6 \text{ s}$$

Dabei ist $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Schwerebeschleunigung in Oldenburg.

F Fehlerrechnung

Inhalt

F.1 Einleitung	11
F.2 Was kann schiefgehen?	12
F.3 Wie bestimmt man Messunsicherheiten?	13
E3.1 Fehler einer einzelnen Messung	13
E3.2 Fehler einer Messreihe	13
E3.3 Fehler eines abgeleiteten Ergebnisses: Fehlerfortpflanzung	14
F.4 Absolute und relative Fehler	17
E4.1 Eine praktische Formel	17
F.5 Etwas Hintergrundwissen zur Statistik	17
F.6 Fehlerbalken	18

F.1 Einleitung

Wenn man etwas misst, ist das Ergebnis nie ganz genau. Das erwartet auch niemand, und im Alltag gehen wir damit ganz intuitiv um. Wenn z.B. jemand sagt: »Ich bin der einzige im Team, der nicht zwei Meter groß ist«, würden wir ihn nicht gleich einen Lügner nennen, wenn sich herausstellt, dass einige seiner Teamkolleginnen beispielsweise eine Körpergröße von 199,9 cm haben. Es ist klar, dass die »Messung« nicht auf den Millimeter genau gewesen sein kann, und entsprechend wird die Aussage eingeordnet. Außerdem hängt die Körpergröße davon ab, ob man steht oder liegt, und abends sind manche Menschen 2 cm kürzer als morgens. Wie genau ist die »wahre« Körpergröße also überhaupt definiert?

Im Physikpraktikum messen wir viele verschiedene Größen mit vielen verschiedenen Methoden. Wie genau und belastbar diese Messungen sind, ist sehr unterschiedlich, und davon hängt auch die Qualität der Ergebnisse ab. Gerade bei präzisen Messmethoden ist es wichtig zu wissen, wie präzise das Ergebnis wirklich ist. Der Abstand zwischen Erde und Mond kann z.B. auf 4 mm genau gemessen werden; daher wissen wir auch, dass er sich von Jahr zu Jahr um ca. 3,8 cm vergrößert.

Je präziser ein Messwert ist, desto kleiner ist seine **Messunsicherheit**. Die Messunsicherheit ist ein Maß dafür, wie stark der gemessene Wert vom »wahren« Wert abweichen könnte. Im Physikpraktikum versuchen wir abzuschätzen, wie groß der Einfluss von Abweichungen auf das Ergebnis ist,

um eine Messunsicherheit angeben zu können. Diese Abschätzung heißt Fehlerrechnung.

Es ist etwas missverständlich, in diesem Zusammenhang von **Fehlern** zu sprechen – man hat ja nicht unbedingt etwas falsch gemacht –, aber es hat sich eingebürgert und viele Physiker und Ingenieure benutzen im Alltag auch heute noch den alten Begriff »Messfehler« statt »Messunsicherheit«. Der Name »Fehlerrechnung« ist ebenfalls ein Überbleibsel aus diesen alten Zeiten.

Im Rahmen des Praktikums machen wir die Fehlerrechnung nur stark vereinfacht. Inwiefern? Wir behandeln alle Messunsicherheiten gleich, und zwar wie **statistische Unsicherheiten von normalverteilten Größen** – was das bedeutet, wird später erklärt. Das ist eine ziemlich grobe Vereinfachung, aber die Erfahrung zeigt, dass diese Praxis in den meisten Fällen zu aussagekräftigen Ergebnissen führt.

F.2 Was kann schiefgehen?

Statistische Fehler sind Messunsicherheiten, die zufällig auftreten und die Messwerte in beide Richtungen verfälschen können. Sie sind nicht reproduzierbar und nicht nachträglich korrigierbar – aber den Einfluss statistischer Fehler kann man dadurch verringern, dass man die Messung sehr oft durchführt und dann den Mittelwert der Messwerte berechnet.

Systematische Fehler: Die Ursache systematischer Fehler liegt meist direkt im Messgerät oder Messverfahren. Systematische Fehler sind meistens reproduzierbar und lassen sich oft durch eine Anpassung des Aufbaus oder eine Kalibrierung der Messgeräte beheben. Manche systematischen Fehler entstehen aber auch durch Wechselwirkungen zwischen Messgerät und Probe und sind nie ganz vermeidbar.

Grobe Fehler: Beispiele für grobe Fehler sind: das falsche Ende des Thermometers in die Probe stecken, Spannungen messen, wenn man Stromstärken messen sollte (und umgekehrt), einen Teil des Aufbaus bewegen, der nicht bewegt werden sollte (und umgekehrt), Skalen falsch ablesen, drei Minuten mit einem heißen Metallklotz in der Landschaft herumstehen, bevor man ihn in das Kalorimeter steckt – der Phantasie sind keine Grenzen gesetzt. Grobe Fehler sind oft nicht reproduzierbar und selten nachträglich zu beheben. Es ist kein Kraut gegen sie gewachsen und sie sind insbesondere auch nicht Gegenstand der Fehlerrechnung. Aber Mitdenken hilft enorm.

F.3 Wie bestimmt man Messunsicherheiten?

Das kommt auf die Art der Messung an.

F.3.1 Fehler einer einzelnen Messung

Ablesegenauigkeit: Bei vielen Messgeräten (Waagen, Messschieber, Thermometer...) kann man davon ausgehen, dass alle angezeigten Stellen auch präzise sind. Die Ablesegenauigkeit ist dann die kleinstmögliche Differenz zwischen zwei Werten. Beispiel: Eine Waage zeigt Werte in diesem Format an: $m = 28,31\text{g}$. Ablesegenauigkeit: $\pm 0,01\text{g}$.

Vertrauensbereich nach Herstellerangaben: Manche Messgeräte zeigen aber auch mehr Stellen an, als wirklich sicher sind. Wie groß der Fehler ist, steht dann im Handbuch. Beispiel: Ein Multimeter misst eine elektrische Stromstärke von $I = 9,76\text{ mA}$, das Handbuch nennt in diesem Messbereich eine relative Messunsicherheit von $\pm 2,5\%$, d.h. der wahre Wert liegt zwischen $9,5$ und $10,0\text{ mA}$.

Persönliche Einschätzung: Eine Stoppuhr kann $1/100$ Sekunden messen – aber können Sie so schnell stoppen? Es wird immer wieder Messungen geben, bei denen nicht das Messgerät, sondern seine Bedienung der limitierende Faktor ist. Manchmal müssen Sie den Fehler dann einfach abschätzen.

F.3.2 Fehler einer Messreihe

Manchmal ist es sinnvoll, eine einzelne Messgröße mehrmals zu messen, z.B. die Schwingungszeit eines Pendels. Durch die manuelle Zeitmessung und kleine Unregelmäßigkeiten im Aufbau (Wind etc.) kann der gemessene Wert nach oben oder nach unten vom wahren Wert abweichen (statistischer Fehler). Um den Einfluss dieser Fehlerquellen zu minimieren, wiederholt man die Messung möglichst oft und berechnet dann den Mittelwert, in der Hoffnung, dass die vielen Abweichungen sich gegenseitig aufheben.

Um abzuschätzen, wie genau der Mittelwert einer solchen Messreihe ist, berechnet man ihre Standardabweichung σ_n . Genau genommen gibt es sogar zwei Standardabweichungen, die sozusagen verschiedene Dinge aussagen. Tabelle F.1 bietet einen Überblick dazu.

Dass bei der Definition von σ im Nenner $(n - 1)$ steht, ist ein Hinweis darauf, dass es für eine einzelne Messung keine Abweichung vom Mittelwert geben kann und die Definition somit sinnlos wäre. Wenn die Anzahl der Messungen sehr groß ist, kann man $(n - 1)$ zu n machen, ohne dass sich dadurch viel ändert.

In Abbildung F.1 repräsentiert die untere Messreihe eine »bessere«, d.h. präzisere Messreihe als die obere, da die einzelnen Messpunkte näher am Mittelwert liegen und die Standardabweichung der unteren Messreihe daher kleiner ist.

Wenn die Standardabweichung einer Messung kleiner wird als die Ablesegenauigkeit der einzelnen Messwerte, ist der Fehler des Mittelwertes die Ablesegenauigkeit! Sonst müsste man nur zweimal zufällig den gleichen Wert messen und könnte gleich argumentieren, dass das Ergebnis

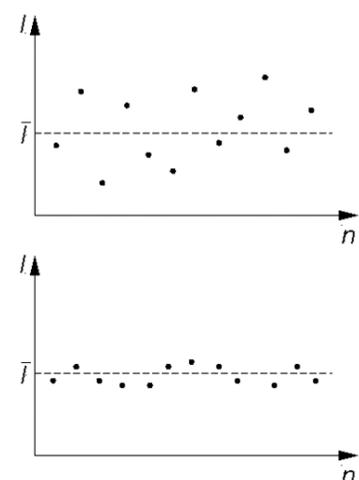


Abbildung F.1: Streuung von Messwerten um einen Mittelwert: oben größere, unten kleinere Streuung.

	Standardabweichung der Einzelmessung σ	Standardabweichung des Mittelwertes σ_n
Beschreibung	Mittlere quadratische Abweichung (vom Mittelwert). Geschätzt 68 % der Messwerte werden höchstens diesen Abstand zum Mittelwert haben.	Mit (geschätzt) 68 %-iger Wahrscheinlichkeit hat der tatsächliche Wert höchstens diesen Abstand vom Mittelwert der Messreihe.
Definition (Messgröße x , n Messungen)	$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (\text{E.1})$	$\sigma_{n,x} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (\text{E.2})$
Geringer Wert bedeutet...	... geringe Streuung, kleiner statistischer Fehler bei der Messung.	... kleine Unsicherheit im Ergebnis. Entweder ist der statistische Fehler klein, oder man hat sehr oft gemessen.
Wann benutzen?	Wenn es darum geht, die Streuung einer Größe zu charakterisieren. Die Standardabweichung der Einzelmessung sollte (für große n) unabhängig von n sein, d.h. wenn man öfter misst, ändert sie sich nicht mehr. Beispiel: Schrotkugeln streuen um den Mittelpunkt einer Zielscheibe. Je höher die Standardabweichung der Abstände zum Zentrum, desto größer die Flächenwirkung (und desto größer der »Choke«).	Wenn man die Messunsicherheit für den Mittelwert einer Messreihe ermitteln will, also bei jeder Auswertung eines Versuches, der mehrmals wiederholt wurde. Sie sind gerade bei der Fehlerrechnung? Dann brauchen Sie diese Formel.

unendlich genau sein müsste, weil die Standardabweichung null ist.

Wenn einzelne Werte einer Messreihe deutlich vom Rest abweichen (»Ausreißer«), liegt das wahrscheinlich an einem groben Fehler. Was »deutlich« in diesem Zusammenhang heißt, kann man nicht ganz klar definieren; es hängt auch davon ab, wie sehr der Rest der Messreihe streut. Wenn ein »Zahlendreher« wahrscheinlicher ist als ein physikalischer Grund für den ungewöhnlichen Wert, ist es sinnvoll, diesen von der weiteren Auswertung auszuschließen. Das ist nicht »unwissenschaftlich«, **muss aber dokumentiert werden**, siehe dazu das Beispiel auf der nächsten Seite.

Tabelle F.1: Gegenüberstellung der zwei verschiedenen Standardabweichungen.

F.3.3 Fehler eines abgeleiteten Ergebnisses: Fehlerfortpflanzung

Was ist, wenn das gewünschte Ergebnis erst aus mehreren Messgrößen ausgerechnet werden muss? Die einzelnen Messgrößen sind bekannt, ihre Unsicherheiten auch – dann kann man das Ergebnis ausrechnen, aber wie pflanzen sich die Fehler in das Endergebnis fort? Wir berechnen alle diese Messunsicherheiten mit der Formel für die **Gaußsche Fehlerfortpflanzung**. Die Berechnung kann etwas aufwendig sein.

Um die Fehlerfortpflanzung für ein Ergebnis zu berechnen, müssen Sie **Ableitungen** berechnen können. Wenn Sie also nicht mehr genau wissen, was eine Ableitung ist und wie man sie berechnet, ist jetzt der richtige Zeitpunkt, um das aufzuarbeiten! Ohne dieses mathematische Vorwissen kann man die Protokolle nicht erstellen.

BEISPIEL

Zwei Studierende haben mehrmals die Schwingungszeit eines Pendels gemessen. Einer der Messwerte wirkt im Nachhinein sehr unplausibel – es ist klar, dass an dieser Stelle ein grober Fehler passiert sein muss, also wird der Wert für die weitere Auswertung nicht berücksichtigt.

i	T_i [s] $\pm 0,01$ s
1	2,31
2	2,33
3	2,41
4	2,37
5	2,40
6	2,30
7	2,29
8	2,35
9	3,31 Ausreißer! (wird nicht berücksichtigt)
10	2,30

Mittelwert berechnen:

$$T = \frac{2,31 \text{ s} + 2,33 \text{ s} + \dots + 2,30 \text{ s}}{9} = 2,34 \text{ s}$$

Standardabweichung berechnen:

$$\sigma_{n,T} = \sqrt{\frac{(2,31 \text{ s} - 2,34 \text{ s})^2 + \dots + (2,30 \text{ s} - 2,34 \text{ s})^2}{9 \cdot (9 - 1)}} = 0,015 \text{ s}$$

...und Ergebnis angeben:

$$T = (2,34 \pm 0,02) \text{ s}$$

In Ihrem Protokoll müssen Sie diese Schritte natürlich nicht in dieser Ausführlichkeit darstellen, siehe E.4.8. In der Praxis würden Sie zur Berechnung ohnehin Excel-Funktionen benutzen, aber es ist natürlich sinnvoll zu wissen, wie diese funktionieren.

Aus der Schule kennen Sie vermutlich die **Ableitung** einer Funktion mit **einer Variable**, z.B.:

$$f(x) = x^2, \quad \frac{df}{dx} = 2x$$

Wenn eine Funktion von **zwei Variablen** abhängt, kann man die gleichen Ableitungsregeln, die Sie schon aus der Schule kennen, benutzen, um nach einer dieser Variablen abzuleiten. Die jeweils andere Variable wird dabei einfach wie eine Konstante behandelt:

$$f(x, y) = y^2 \cdot x^2, \quad \frac{\partial f}{\partial x} = y^2 \cdot 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y \cdot x^2$$

Solche Ableitungen heißen **partielle Ableitungen**, weil sie eben nur eine Variable und nicht alle berücksichtigen. Um das zu verdeutlichen, wird in Formeln für partielle Ableitungen dieses Zeichen benutzt: ∂ . Es wird »d«

oder zur auch »del« ausgesprochen und erinnert an ein d wie in »Differential«.

Nun verstehen wir diese Notation und können uns die Formel für die **Gaußsche Fehlerfortpflanzung** angucken. Wir bestimmen eine Größe y , die von mehreren Variablen x_1, x_2, \dots abhängt. Dann ist die Messunsicherheit von y gegeben durch:

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2} \quad (\text{E.3})$$

Eine kleine Eselsbrücke: Diese Formel erinnert etwas an den Satz des Pythagoras in n Dimensionen und mit $\frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i$ als Seitenlängen. So oder so: Man sollte sie sich merken.

BEISPIEL

Für die Schwingungszeit T eines Fadenpendels gilt (bei kleinen Auslenkungen):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (\text{E.4})$$

Dabei ist l die Länge des Pendels, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung. Wir haben die Schwingungszeit und die Länge gemessen (wie, ist gerade nicht wichtig). Die Ergebnisse lauten:

$$T = (2,57 \pm 0,10) \text{ s}$$

$$l = (1,665 \pm 0,002) \text{ m}$$

Daraus kann man nun die Fallbeschleunigung ausrechnen. Wir stellen Gleichung E.4 um und erhalten:

$$g(l, T) = (2\pi)^2 \frac{l}{T^2} = 9,9519 \text{ m/s}^2$$

Das ist der erste Teil des Ergebnisses. Aber wie groß ist der Fehler? Wir berechnen die partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial g(l, T)}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{(2\pi)^2}{T^2} \cdot l \right) = \frac{(2\pi)^2}{T^2}$$

$$\frac{\partial g(l, T)}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left((2\pi)^2 l \cdot T^{-2} \right) = (2\pi)^2 l \cdot (-2) T^{-3} = -8\pi^2 \frac{l}{T^3}$$

... und setzen sie in die Formel für die Fehlerfortpflanzung ein.

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{(2\pi)^2}{T^2}\right)^2 (\Delta l)^2 + \left(-8\pi^2 \frac{l}{T^3}\right)^2 (\Delta T)^2} = 0,7746 \text{ m/s}^2$$

Diese letzte Rechnung ist leider recht aufwendig. Wenn man lernt, diese Formeln in Excel einzugeben, spart man sich im Verhältnis zur »manuellen« Variante aber eine Menge Tipparbeit und Ärger. Das Ergebnis lautet insgesamt (Fehler immer aufrunden):

$$g = (9,96 \pm 0,78) \text{ m/s}^2$$

Der Literaturwert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ liegt innerhalb der Fehlergrenzen, das Ergebnis ist also plausibel. Der große Fehler weist aber auf grundlegende Unzulänglichkeiten des Aufbaus hin. In diesem Fall ist es vor

allein die Zeitmessung, die mit einem relativen Fehler von $\frac{\Delta T}{T} = 4\%$ die Messgenauigkeit verschlechtert. Da T quadratisch in g eingeht, ist der relative Fehler der Erdbeschleunigung sogar $\frac{\Delta g}{g} = 8\%$. Wenn man einen Weg findet, die Schwingungsdauer genauer zu messen, verbessert sich dadurch auch die Genauigkeit des Endergebnisses dramatisch.

F.4 Absolute und relative Fehler

Die Fehlerwerte, die bisher vorgekommen sind, waren alles **absolute Fehler**. Absolute Fehler haben eine Einheit, und zwar die gleiche wie die entsprechende Messgröße selbst:

$$l = 1,03 \text{ m} \pm 0,01 \text{ m}$$

Man kann auch das Verhältnis von (absolutem) Fehler zum Messwert ausrechnen. Das ist der **relative Fehler**:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{0,01 \text{ m}}{1,03 \text{ m}} = 0,0097 = 1\%$$

Der relative Fehler ist dimensionslos (hat also keine Einheit), aber es ist üblich, ihn in Prozent anzugeben.

F.4.1 Eine praktische Formel

Es gibt einen **Spezialfall der Fehlerfortpflanzung**, der in der Praxis oft anwendbar ist und die Rechnung erheblich abkürzt. Falls alle Variablen einer Funktion *linear eingehen* – egal, ob über dem Bruchstrich oder darunter – gilt für die relativen Fehler ein Zusammenhang, ohne dass man eine Ableitung berechnen muss:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \text{const} \cdot \frac{x \cdot y}{z} \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 &= \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{F.5})$$

Man kann diesen Fall sogar noch etwas erweitern:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \text{const} \cdot x^a y^b z^c \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 &= \left(a \frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b \frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \left(c \frac{\Delta z}{z}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{F.6})$$

F.5 Etwas Hintergrundwissen zur Statistik

Das oben beschriebene Verfahren, welches wir im Physikpraktikum benutzen, um Messunsicherheiten abzuschätzen, beruht auf der sog. **Normalverteilung** oder **Gauß-Verteilung**. Das ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, d.h. es wird – grob gesagt – jedem möglichen Ereignis eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet, mit der es eintreffen kann.¹

Es gibt noch viele andere Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedenste Fälle, aber keine ist so wichtig wie die Gauß-Verteilung. Woher kommt das? Die Gauß-Verteilung ist *invariant gegenüber Faltungen*, was

¹ Die Normalverteilung ist eine kontinuierliche Verteilung, d.h. es gibt unendlich viele Ereignisse, die alle eine unendlich kleine Wahrscheinlichkeit haben. Das macht es etwas komplizierter – wie kommt man von den unendlich kleinen Zahlen zu Werten, die man aufschreiben kann? Das müssen Sie für die Erstellung der Protokolle aber gar nicht können.

konkret bedeutet, dass die Summe von zwei normalverteilten Zufallsgrößen wieder normalverteilt ist. Überlagern sich nun immer mehr verschiedene Zufallsgrößen (die nicht unbedingt normalverteilt sein müssen), wird das Ergebnis einer Normalverteilung immer ähnlicher. Daher kann man Gauß-Verteilungen überall beobachten, wo viele unabhängige Einflussfaktoren vorliegen: bei Klausurergebnissen, Schadenssummen von Verkehrsunfällen, Wetterdaten und natürlich allgegenwärtig bei Messungen von physikalischen, chemischen oder biologischen Parametern.

Die Gauß-Verteilung hat die Form einer »Glockenkurve«, siehe Abb. E2. Das Zentrum und die Symmetrieachse bildet der **Erwartungswert** μ . Das ist der Wert mit der höchsten Wahrscheinlichkeit. Wie breit die Glocke ist, hängt von der Standardabweichung σ ab. Die Variable x kann jede zufallsverteilte Größe sein, und $f(x)$ ist die einem konkreten Wert zugeordnete Wahrscheinlichkeitsdichte.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

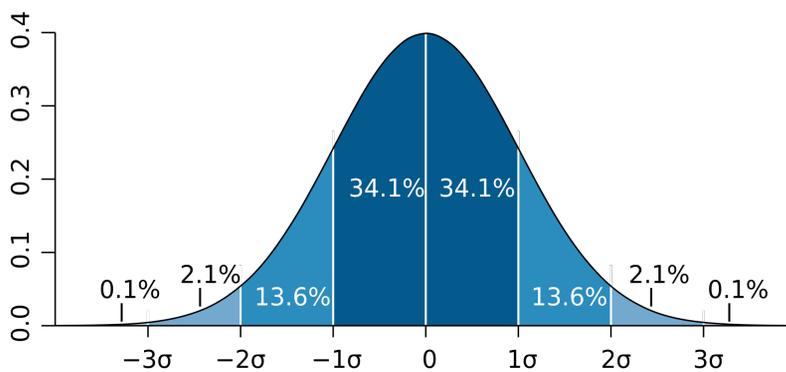


Abbildung E2: Normalverteilung mit charakteristischen Größen.

Die Fläche unter einem bestimmten Bereich der Glocke steht für die Wahrscheinlichkeit, mit der diese Ereignisse eintreten können. Unabhängig von μ und σ gilt immer: ca. 68 % aller Ereignisse (z.B. aller Messungen) liegen im Bereich zwischen $\mu - \sigma$ und $\mu + \sigma$, also im Abstand von höchstens einer Standardabweichung um den Erwartungswert herum. Analog liegen etwa 95 % aller Ereignisse in einem Abstand von 2σ um den Erwartungswert herum, usw.

F.6 Fehlerbalken

Neben dem Ergebnis einer Messung ist es oft auch nötig, die Genauigkeit des Ergebnisses zu visualisieren. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten, z.B. Boxcar-Diagramme, Schattierungen um Kurven und viele mehr. Die einfachste Methode für einzelne Messpunkte sind **Fehlerbalken**. Der erste Versuch, für dessen Auswertung Sie ein Diagramm mit Fehlerbalken erstellen sollen, ist die *Temperaturabhängigkeit der Viskosität* (2.6.4). Im Musterprotokoll dazu finden Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung, wie Sie in Excel Diagramme mit Fehlerbalken erstellen.

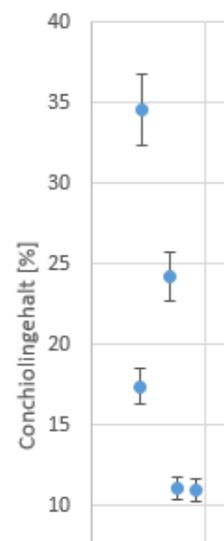


Abbildung E3: Ausschnitt aus einem Diagramm mit y-Fehlerbalken.

1 Erster Versuchstag

Inhalt

1.1 Einleitung	19
1.2 Was ist vorher zu tun?	20
1.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	20
1.3.1 Fadenpendel	20
1.3.2 Etwas Ökophysik	21
1.4 Experimentelle Aufgaben	22
1.4.1 Fadenpendel	22
1.4.2 Artbestimmung eines Glühwürmchens	23
1.4.3 Kreisel-schnecken ausmessen	23
1.5 Wie geht es weiter?	24
1.6 Hinweise zur Auswertung	24
1.6.1 Fadenpendel	24
1.6.2 Artbestimmung eines Glühwürmchens	24
1.6.3 Kreisel-schnecken	24
1.6.4 Körperdaten auswerten	24
1.7 Schritt-für-Schritt-Anleitungen für Excel	25
1.7.1 Add-Ins aktivieren	25
1.7.2 Histogramm	25
1.7.3 (doppelt-logarithmisches) Diagramm	25
1.7.4 Regression mit Fehler	26

1.1 Einleitung

Dies ist der erste Versuchstag des Laborpraktikums. Die Versuche sollen eine Einführung in die Welt der experimentellen Physik bieten. Thematisch sind sie im Bereich der Mechanik angesiedelt – es geht um Pendelschwingungen und die geometrische Charakterisierung von Schneckengehäusen –, aber die eigentliche Herausforderung ist die erste Auswertung der Messwerte incl. **Fehlerrechnung**. Was das heißt und wie das geht, wird im gleichnamigen Kapitel erklärt.

1.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Lesen Sie auch die **Einleitung** und das Kapitel zur **Fehlerrechnung**.
- Es wird vor (oder nach) dem Versuchstag (vermutlich, nach Möglichkeit) zwei **Zusatztutorien** geben: eines für die Arbeit mit Word und Excel und eines für die mathematischen Grundlagen, die für das Praktikum vorausgesetzt werden. Falls diese für Sie interessant sind, halten Sie sich die Termine frei!

1.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

1.3.1 Fadenpendel

Die einfachste Art, ein schwingendes System herzustellen, funktioniert mit einem Faden und einem kleinen Gewicht: ein Fadenpendel. Wohl jeder hat so etwas schon einmal gesehen. Das Fadenpendel hat einen festen Platz im Kanon der physikalischen Versuche, und zwar nicht etwa, weil es eine so zentrale Position in der Arbeit von Physikern hätte, sondern weil sich viele der daran beobachtbaren Zusammenhänge auf andere, wichtigere Systeme¹ übertragen lassen.

Entscheidend ist, dass bei kleinen Auslenkungen der Zusammenhang zwischen Auslenkung und rückstellender Kraft linear ist.² Dann ergibt sich für das Pendel eine Bewegungsgleichung mit dieser Form:

$$\phi(t) = \phi_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (1.1)$$

Dabei ist ϕ der Auslenkungswinkel, ϕ_0 die Auslenkung am Anfang (»Amplitude«) und ω die Kreisfrequenz. Diese Gleichung beschreibt eine Schwingung mit einer festen Frequenz $f = \omega/2\pi$, einen sog. **harmonischen Oszillator**. Das heißt, f -mal pro Sekunde schwingt das Pendel hin und her. Man kann es auch so ausdrücken: Das Pendel hat eine Schwingungsdauer (»Periode«) von $T = 1/f$, nach dieser Zeit ist es einmal hin- und hergeschwungen.³

Diese Zusammenhänge gelten nicht nur für das Fadenpendel, sondern für alle harmonischen Oszillatoren. Man kann sogar sagen: Jedes System, das im Gleichgewicht ist, kann schwingen, und wenn die Auslenkung nicht zu groß ist, schwingt das System mit (mindestens) einer festen Frequenz. Darum ist es z.B. so schwer, Autos zu bauen, die bei der Fahrt nicht brummen und schnarren.

Speziell beim Fadenpendel kann man einen Zusammenhang zwischen der Fadenlänge und der Schwingungsdauer angeben:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.2)$$

Die Masse spielt keine Rolle – man könnte schließlich zwei gleiche Pendel nebeneinanderhängen; ob die Gewichte miteinander verbunden sind oder nicht, sollte dann im Idealfall keinen Unterschied machen.

¹ Zum Beispiel Hochhäuser, Autos, Atome, Moleküle, das Universum – eigentlich fast alles.

² Warum das beim Fadenpendel der Fall ist, wird in der Vorlesung behandelt.

³ Zweifel? Machen Sie die Probe: Setzen Sie in Formel 1.1 für t die Schwingungszeit T ein. Dann ist $\sin(\omega t) = \sin(\omega T) = \sin(\omega \cdot 2\pi/\omega) = \sin(2\pi) = \sin(0)$.

ANWENDUNG

Glühwürmchen benutzen ihre biolumineszenten Leuchtkörper, um die Partnersuche zu koordinieren. Die Leuchtsignale sind arttypisch und haben ganz bestimmte Dauern und Rhythmen. Bei manchen Arten können nur die Weibchen leuchten, bei vielen anderen senden zunächst die Männchen ein Signal aus und die Weibchen »antworten« mit einem anderen Signal, wobei auch die genaue Verzögerung der Antwort von Bedeutung sein kann. Bei einigen Glühwürmchen-Arten tritt außerdem eine spontane Synchronisierung auf, sodass ganze Wolken von Glühkäfern im Takt blinken.

Viele Glühwürmchen-Arten sind kannibalisch, und Weibchen der Gattung *photuris* haben einen besonderen Trick entwickelt: Sie imitieren die Leuchtsignale diverser *photinus*-Arten. Die Männchen dieser Arten werden dadurch angelockt und finden statt eines willigen Sexualpartners nur einen tragischen und brutalen Tod.

1.3.2 Etwas Ökophysik

Auch Lebewesen sind den Gesetzen der Physik unterworfen, auch wenn viele sich bemühen, das zu verschleiern. Die grundlegenden Gesetze der Mechanik kann man daher an jedem Skelett nachvollziehen.

Wenn man einen beliebigen Körper ausmisst, egal ob Würfel, Kugel oder Nilpferd, haben Fläche und Volumen des Körpers eine solche Abhängigkeit von irgendeiner charakteristischen Länge l :

$$A(l) \sim l^2, \quad V(l) \sim l^3$$

Wenn der Zusammenhang ein anderer wäre, hätte die jeweilige Größe nicht die Einheit, die sie haben muss. Daraus folgt, dass eine Verdoppelung der Länge eine Vervierfachung der Oberfläche und eine Verachtfachung des Volumens nach sich zieht:

$$A(2 \cdot l) = 4 \cdot A(l), \quad V(2 \cdot l) = 8 \cdot V(l)$$

Könnte man einen Lemming unter Beibehaltung aller Proportionen auf die gleiche Größe wie ein Nilpferd bringen, hätte das daher weitreichende Konsequenzen, siehe Abb. 1.1. Die Masse der Tiere hängt vor allem vom Volumen ab. Dieses ist bei dem Lemming mit der dritten Potenz gewachsen, während der Querschnitt seiner Knochen nur quadratisch gewachsen ist. Es ist deutlich zierlicher als das Nilpferd und wäre wohl viel zu zerbrechlich, um die eigene Masse zu tragen. Aus dem gleichen Grund gibt es keine Landtiere, die so groß sind wie Wale. Große Meeressäuger brauchen die Auftriebskraft (vgl. 2.3.3), um sich selbst zu stabilisieren. Plumpheit ist der Preis für Größe!

Bei realen Landtieren ab einer gewissen Größe wächst die Masse daher nicht mit der dritten Potenz der Größe, sondern schneller:

$$m \sim l^\alpha, \quad \alpha > 3$$

Die Frage ist: Gilt das auch innerhalb von Spezies, oder ist die Anpassung zwischen einzelnen, verschieden großen Vertretern einer Spezies nicht so tiefgreifend?

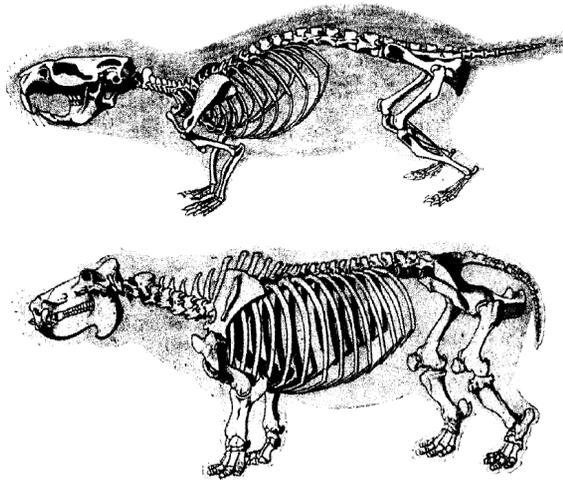


Abbildung 1.1: Ein Lemming (oben), auf die gleiche Größe gebracht wie ein Nilpferd (unten).

1.4 Experimentelle Aufgaben

1.4.1 Fadenpendel

Dies ist der perfekte Versuch für die erste Fehlerrechnung. Sie messen die Schwingungsdauer und die Länge eines Fadenpendels mit verschiedenen Methoden. Später werden Sie daraus die Fallbeschleunigung g berechnen können, wobei die Relevanz der Messmethode deutlich wird.

Geräte: Faden, Gewicht, Wandhalterung, Stoppuhr, Gliedermaßstab.

Gemessene Größen: Schwingende Länge l , 20x Schwingungsdauer für eine Schwingung t_1 , 1x Schwingungsdauer für 20 Schwingungen t_2 .

Varierte Größen: Schwingende Länge l (zwei Aufbauten).

Durchführung:

- Lassen Sie das Pendel schwingen. Die Auslenkung sollte ca. $5\text{--}10^\circ$ betragen und das Pendel sollte parallel zur Wand schwingen, ohne zu rotieren.
- Beobachten Sie die Aufhängung: Wo ist der Dreh- und Angelpunkt dieses Systems? Messen Sie nun die **schwingende Länge** vom Drehpunkt bis zur Mittenmarkierung des Gewichtes.
- Messen Sie die **Dauer einer Schwingung** (die ganze Bewegung, bis sie sich wiederholt) mit der Stoppuhr. Schauen Sie dafür frontal auf eine Markierung an der Wand, die sich in etwa unter der Aufhängung befinden sollte. Das Pendel muss *nicht* jedes Mal neu gestartet werden! Wiederholen Sie diese Messung 20-mal.
- Messen Sie auch die Zeit für **20 Schwingungen**.
- Wiederholen Sie diese Schritte auch für das zweite Pendel (mit anderer Fadenlänge).

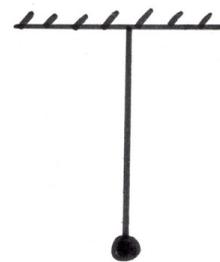


Abbildung 1.2: Fadenpendel (schematisch).

Vorsicht: Ein häufiger Fehler ist, schon beim Starten der Stoppuhr die erste volle Periode zu zählen.

1.4.2 Artbestimmung eines Glühwürmchens

Für diesen Versuch wird ein kurzer Filmausschnitt in Schleife gezeigt, in dem ein Weibchen, welches vermutlich der Gattung *photuris* angehört (auf dem Blatt sitzend), ein Männchen einer anderen Art anlockt und anschließend frisst. Anhand des Leuchtmusters kann die Spezies des Beutetieres bestimmt werden.

Geräte: Notebook, Stoppuhr, Tabelle der Leuchtsignale.

Gemessene Größen: Periode des Leuchtsignals T .

Durchführung: Messen Sie die Zeit für mehrere Abfolgen des Leuchtmusters und berechnen Sie daraus direkt die Periode. Identifizieren Sie die Spezies anhand der Tabelle.

Vorsicht: Ein häufiger Fehler ist, schon beim Starten der Stoppuhr die erste volle Periode zu zählen.

1.4.3 Kreiselschnecken ausmessen

In diesem Versuch lernen Sie die Bedienung des Messschiebers an Gehäusen von Kreiselschnecken.

Geräte: Schneckenhäuser, Messschieber, Waage, Notebook.

Gemessene Größen: Abstand von der Spitze zum Rand der Öffnung s , Masse m .

Durchführung:

- Nehmen Sie eine der Schütten mit jeweils 15-20 Schneckengehäusen.
- Bestimmen Sie für ein Gehäuse den **Abstand** von der Spitze bis zu der Stelle, wo die Öffnung mit dem Rand zusammenfällt. Wie man einen Messschieber abliest, ist in Abbildung 1.4 dargestellt.
- **Anschließend wiegen Sie dieses Gehäuse.**
- Wiederholen Sie diese zwei Schritte für die anderen Gehäuse in der Schütte.



Abbildung 1.3: Korrektes Messen des *spire* einer Kreiselschnecke.

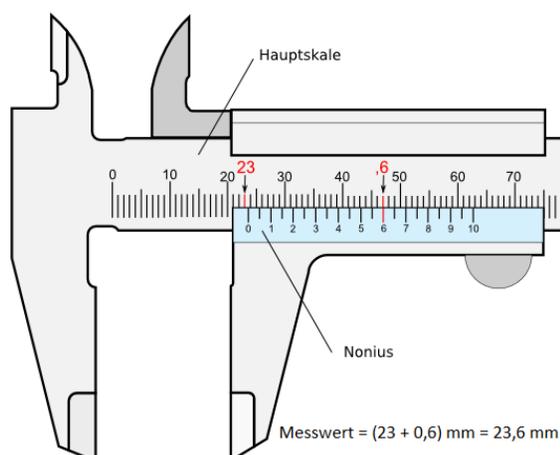


Abbildung 1.4: So liest man einen Messschieber richtig ab: Am Nullstrich des Nonius wird der grobe Wert (in mm) abgelesen. Als nächstes sucht man nach dem Strich auf dem Nonius, der perfekt mit einem Strich der oberen Skala zusammenfällt. Das ist die Nachkommastelle in 1/10 mm.

1.5 Wie geht es weiter?

- Für diesen Versuchstag haben wir schon viel für Sie vorbereitet. Laden Sie das **Musterprotokoll** und die vorgefertigte **Excel-Datei** herunter und folgen Sie den Anweisungen. Ergänzend dazu sind im nächsten Kapitel einige der Anweisungen wiederholt, damit Sie nicht alles am Bildschirm lesen müssen.
- Besuchen Sie die **Zusatztutorien**, wenn Sie möchten.
- Lesen Sie den Abschnitt »**Viel Protokoll mit wenig Stress**« (E.4) durch.

1.6 Hinweise zur Auswertung

1.6.1 Fadenpendel

Sie haben die Schwingungsdauer von zwei verschiedenen langen Pendeln auf jeweils zwei verschiedene Weisen bestimmt. Berechnen Sie für jede dieser vier Messungen/Messreihen die Fallbeschleunigung g mit Messungenauigkeit Δg . Wie das im Detail geht, ist im Musterprotokoll beschrieben.

1.6.2 Artbestimmung eines Glühwürmchens

Rechnen Sie die Periodendauer und ihren Fehler aus – ziemlich einfach.

1.6.3 Kreiselschnecken

Stellen Sie Ihre Messwerte als **Tabelle**, als **Histogramm** und als doppelt-logarithmisches **Korrelationsdiagramm** dar. Wie das im Einzelnen geht, entnehmen Sie dem Musterprotokoll und der dazugehörigen Excel-Datei. Die Schritt-für-Schritt-Anweisungen werden in Abschnitt 1.7 teilweise wiederholt, damit Sie sie auch ohne großen Bildschirm direkt ablesen und ausführen können.

Führen Sie außerdem eine Regression durch und ermitteln Sie den Fehler der Steigung mithilfe der Excel-Datenanalysefunktionen. Interpretieren Sie das Ergebnis!

1.6.4 Körperdaten auswerten

Zusätzlich zu Ihren eigenen Messungen sollen Sie auch einen umfangreicheren Datensatz auswerten. Dieser enthält (neben vielen weiteren Feldern, die aus den ursprünglichen Daten entfernt wurden) die Körpermasse und -höhe sowie das Geschlecht von $N = 507$ Personen. Berechnen Sie damit folgendes:

- Für Körpermasse und -höhe von Männern und Frauen jeweils **Mittelwert** und **Standardabweichung** (als Maß für die Streuung).
- Für die Körperhöhe von Männern und Frauen jeweils ein **Histogramm** (analog zum Kreiselschnecken-Versuch), beide dargestellt in *einem* Diagramm (gruppierte Säulen oder Linien mit Punkten). Dazu fügen Sie unter Rechtsklick → »Daten auswählen« ein zweite Messreihe hinzu.

- Stellen Sie beide Messreihen (Männer und Frauen) in einem doppelt-logarithmischen Diagramm dar. Machen Sie für beide Messreihen eine lineare Regression, um die Steigung der Ausgleichsgeraden zu bestimmen, und ermitteln Sie auch den Fehler dieser Steigung.
- Diskutieren Sie das Ergebnis – gehen Sie insbesondere auf das Ergebnis der Regression ein. Was fällt Ihnen im Vergleich zu den Kreiselschnecken auf?

1.7 Schritt-für-Schritt-Anleitungen für Excel

1.7.1 Add-Ins aktivieren

Bevor Sie in Excel die Histogramm- und Regressionsfunktionen nutzen können, müssen Sie einmalig die Add-Ins zur Datenanalyse aktivieren. Dazu führen Sie folgende Schritte aus:

- Datei → Optionen → Add-ins
- Unten im Dialogfeld bei »Verwalten«: »Excel-Add-ins« auswählen und »Los...« klicken.
- Häkchen setzen bei »Analyse-Funktionen« → OK.
- Anschließend finden Sie die Analysefunktionen im Menü »Daten« → »Datenanalyse«.

1.7.2 Histogramm

- Als *Klassenbereich* sollten Sie eine sinnvolle Anzahl von sinnvollen Werten in einer Spalte vorbereiten – das ist ggf. schon getan. Im Histogramm werden die Messwerte *unterhalb* jeder Klassengrenze gezählt, die nicht in eine noch kleinere Klasse passen.
- Sie finden die Analysefunktionen im Menü »Daten« → »Datenanalyse«.
- Starten Sie die Histogramm-Funktion.
- Wählen Sie den Eingabebereich.
- Entscheiden Sie, wo sie die Ausgabe der Funktion angezeigt bekommen wollen.
- Setzen Sie auch ein Häkchen bei »Diagrammdarstellung«.

1.7.3 (doppelt-logarithmisches) Diagramm

Ein **Diagramm** erstellen Sie so:

- Markieren Sie die Spalten mit Ihren Messwerten. Standardmäßig werden die Werte der linken Spalte auf der x-Achse aufgetragen.
- »Einfügen« → »Diagramm« → »XY-Punktdiagramm« auswählen.
- Der Abstand sollte jetzt schon automatisch auf der x-Achse dargestellt sein. Falls dies einmal nicht der Fall sein sollte, können Sie es mit einem Rechtsklick auf das Diagrammfeld und »Daten auswählen...« ändern.

- Löschen Sie den Diagrammtitel, indem Sie ihn markieren und ENTFERNEN drücken.
- Wenn Sie das Diagrammfeld markieren, erscheint rechts ein grünes +. Mit diesem können Sie u.a. Achsentitel hinzufügen. Benennen Sie die Achsen korrekt, d.h. auch mit den entsprechenden Einheiten.
- Nun muss meistens noch die Darstellung der Achsenbeschriftung angepasst werden. Das geht mit einem Rechtsklick auf dieselbe, dann »Achse formatieren« und unten im daraufhinerscheinenden Menü bei »Zahl« die Anzahl der Dezimalstellen sinnvoll reduzieren.

In diesem Fall wollen wir eine **doppelt-logarithmische** Darstellung erhalten. Das geht auf zwei Weisen:

1. Im Menü »Achse formatieren« mit einem Häkchen bei »logarithmische Skalierung«. Diese Methode bringt in Excel leider viele Einschränkungen mit sich; in einer professionellen Software wie Origin wäre sie aber zu bevorzugen.
2. Manuell, indem Sie im Vorfeld den natürlichen Logarithmus der Messwerte (ohne Einheit) berechnen. Diese Methode verwenden wir für dieses Protokoll.

Eine **Regressionsgerade** fügen Sie wie folgt hinzu:

- Markieren Sie die Messpunkte im Diagramm.
- Rechtsklick → »Trendlinie hinzufügen...«
- Wählen Sie »linear« (*Potenzgesetze erscheinen in doppel-logarithmischen Diagrammen als Geraden, die Steigung entspricht dem Exponenten*).
- Setzen Sie ein Häkchen bei »Formel im Diagramm anzeigen«.
- Nicht immer notwendig: Ändern Sie das Zahlenformat der angezeigten Gleichung mit einem Rechtsklick auf dieselbe und »Trendlinienbeschriftung formatieren...«.

Es gilt nämlich $\log_b(x^a) = a \cdot \log_b(x)$.

1.7.4 Regression mit Fehler

- Sie finden die Analysefunktionen im Menü »Daten« → »Datenanalyse«.
- »Regression« auswählen, OK.
- y- und x-Eingabebereich auswählen, alles andere so lassen. OK.
- Es öffnet sich ein neues Tabellenblatt. In Zelle C18 steht der Standardfehler von »X Variable 1«.

2 Flüssigkeiten

Inhalt

2.1 Einleitung	28
2.2 Was ist vorher zu tun?	28
2.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	28
2.3.1 Dichte	28
2.3.2 Druck	29
2.3.3 Auftrieb	29
2.3.4 Kräfte zwischen Molekülen	31
2.3.5 Oberflächenspannung	31
2.3.6 Kapillarwirkung	32
2.3.7 Viskosität	33
2.3.8 Das Gesetz von Hagen-Poiseulle	35
2.3.9 Kräfte bei Rotationen	36
2.4 Rechenaufgaben	36
2.5 Kontrollfragen	37
2.6 Experimentelle Aufgaben	37
2.6.1 Oberflächenspannung	37
2.6.2 Dichtemessung über die Auftriebskraft	38
2.6.3 Viskosität von Glycerinmischungen	39
2.6.4 Temperaturabhängigkeit der Viskosität	40
2.6.5 Sedimentation im Dichtegradienten	41
2.6.6 Zentrifugalkraft	42
2.6.7 Minimalflächen	42
2.7 Wie geht es weiter?	42
2.8 Hinweise zur Auswertung	43
2.8.1 Oberflächenspannung	43
2.8.2 Dichtemessung über die Auftriebskraft	43
2.8.3 Viskosität von Glycerinmischungen	44
2.8.4 Temperaturabhängigkeit der Viskosität	44
2.8.5 Sedimentation im Dichtegradienten	44
2.8.6 Zentrifugalkraft	44

2.1 Einleitung

Dieser Versuchstag kombiniert vier klassische Versuche, die alle irgendwie mit Flüssigkeiten zu tun haben. Es werden zwei Verfahren zur Bestimmung der **Dichte** vorgestellt, außerdem werden Sie zwei weitere wichtige Eigenschaften von Flüssigkeiten untersuchen, die von Kräften zwischen den Molekülen der Flüssigkeit ausgehen: die **Oberflächenspannung** und die **Viskosität**.

2.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Sorgen Sie dafür, dass Sie den **Theorieteil** verstanden haben! Falls Ihnen Grundlagen fehlen, ist es in Ihrer Verantwortung, diese aufzuarbeiten. Gute Lehrmaterialien zu diesen Themen findet man problemlos im Internet oder in der angegebenen Literatur (E.2).
- Drucken Sie die **Messwerttabellen** aus und vervollständigen Sie sie (im Team).
- Lösen Sie die **Rechenaufgaben** (im Team). Sie werden am Versuchstag kontrolliert.
- Schauen Sie sich die **Kontrollfragen** an! In der Vorbesprechung müssen Sie in der Lage sein, sie zu beantworten, sonst dürfen Sie nicht am Praktikum teilnehmen und müssen den Versuchstag nachholen.

2.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

2.3.1 Dichte

Die Dichte ρ eines Körpers ist das Verhältnis zwischen seiner Masse und seinem Volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.1)$$

Die SI-Einheit der Dichte ist daher $[\rho] = \text{kg}/\text{m}^3$, gebräuchlich als Einheit ist aber z.B. auch g/cm^3 .

Wenn man Volumen und Masse eines Körpers einfach bestimmen kann, kann man also auch seine (mittlere) Dichte einfach ausrechnen. Schwieriger wird es bei unregelmäßig geformten oder sehr kleinen Körpern wie z.B. Hefezellen. Dafür gibt es verschiedene Methoden, zwei davon werden an diesem Versuchstag vorgestellt.

Dichte ist auch eine **Materialeigenschaft**. Wenn ein Körper ganz aus einem bestimmten Material (z.B. Stahl, Polyethylen, Wasser) besteht, hat er immer die Dichte dieses Materials, egal wie groß er ist. Ein Kurzer Korn hat die gleiche Dichte wie die ganze Flasche!¹ In Tabelle 2.1 sind einige Stoffe mit ihren Dichten aufgelistet, damit Sie ein Gefühl für die Größenordnungen bekommen.

Stoff	Dichte ρ [kg/m ³]
Fichtenholz	ca. 500
Eichenholz	ca. 800
Wasser (0 °C)	1.000
Beton	ca. 2.000
Aluminium	2.710
Blei	11.340

Tabelle 2.1: Ungefähre Dichten einiger Stoffe.

¹ Physikalische Größen, die sich so verhalten, nennt man übrigens intensiv. Mehr zu intensiven und extensiven Größen erfahren Sie am dritten Versuchstag.

ANWENDUNG

Luft- und Meeresströmungen werden maßgeblich von Dichteunterschieden angetrieben. Der **Golfstrom** z.B. transportiert warmes Wasser aus der Karibik in den Nordatlantik. Dabei bleibt das warme Wasser als stabile Schicht an der Oberfläche, weil es eine geringere Dichte hat als die tieferen Schichten. Diese Wasserschicht sinkt letztendlich erst kurz vor Europa ab, weil sie sich auf dem Weg abkühlt (und die Luft erwärmt, was unserem Klima zugutekommt). Schon eine kleine Störung in diesem System könnte bewirken, dass salzige Schmelzwasserströme (mit hoher Dichte) aus der Polarregion das Absinken des Golfstroms weiter in den Atlantik verlagern. Wasserschichten mit verschiedenen Salzgehalten (**Salinitäten**) sind so stabil, dass die Salinität fast wie ein Fingerabdruck fungieren kann. Weil das Mittelmeer wenige Zuflüsse und viel Sonneneinstrahlung hat, ist es salziger als der Atlantik. Das Wasser, das über die Straße von Gibraltar in den Atlantik fließt, kann noch hunderte Kilometer entfernt durch eine Salinitätsmessung in der Tiefe identifiziert werden.

2.3.2 Druck

Druck (p) ist Kraft (F) pro Fläche (A), daher ist die SI-Einheit des Drucks Newton pro Quadratmeter:

$$p = \frac{F}{A} \quad [p] = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{s^2 \cdot m} \quad (2.2)$$

In diesem Praktikum werden wir nicht dazu kommen, den Druck selbst zu messen, aber er ist wichtig für das Verständnis der *Auftriebskraft*.

2.3.3 Auftrieb

Wenn ein Körper unter Wasser ist, wirkt er leichter. Daher kann man andere Menschen in einem Nichtschwimmerbecken fast mühelos ein Stück anheben, bloß ganz aus dem Wasser herausheben kann man sie nicht. Körper mit einer geringeren Dichte als Wasser (weniger als 1000 kg/m^3 , das entspricht 1 kg/l) schwimmen sogar auf der Wasseroberfläche, ohne dass man sie hochheben muss. Dieser Effekt heißt Auftrieb und wird dadurch verursacht, dass der Körper in diesem Fall Wasser nach oben verdrängt, und zwar entsprechend seines Volumens. Das verdrängte Wasser wird an die Oberfläche verschoben und wirkt wie ein Gegengewicht – stellen Sie sich eine Wippe vor; auf der einen Seite Sie selbst, auf der anderen Seite eine 100%-Wasser-Version von Ihnen.

Abbildung 2.1 zeigt die Kräfte, die durch den Druck des Wassers auf einen (quaderförmigen) Körper wirken, wenn er eingetaucht ist. Der Wasserdruck hängt nur von der Tiefe ab, an der Oberseite des Körpers beträgt er z.B.:

$$p_1 = g \cdot \rho_{Fl} \cdot h_1$$

Dabei ist g die Fallbeschleunigung und ρ_{Fl} die Dichte der Flüssigkeit. Die Kräfte F_s wirken von allen Seiten und heben sich gegenseitig auf. Aber was ist mit F_1 und F_2 ? Die Unterseite des Körpers ist tiefer im Wasser, also wirkt auf sie ein größerer Druck. Da die Flächen A der Ober- und Unterseite

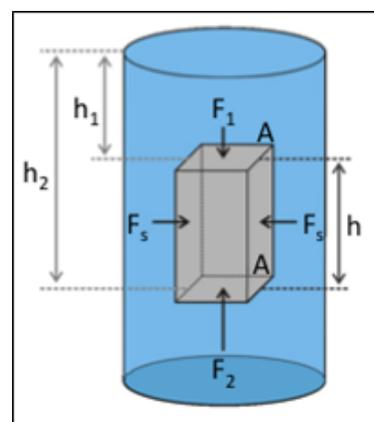


Abbildung 2.1: Auftriebskraft auf einen eingetauchten Körper.

gleich sind, ist F_2 also größer als F_1 und die Differenz beträgt:

$$\begin{aligned} F_2 - F_1 &= A \cdot p_2 - A \cdot p_1 \\ &= A \cdot g \cdot \rho_{FL} \cdot h_2 - A \cdot g \cdot \rho_{FL} \cdot h_1 \\ &= A \cdot g \cdot \rho_{FL} \cdot (h_2 - h_1) \\ &= A \cdot g \cdot \rho_{FL} \cdot h \end{aligned}$$

F_1 und F_2 haben entgegengesetzte Richtungen, daher ist diese Differenz die resultierende Kraft, die den Körper effektiv nach oben drückt. Das ist die Auftriebskraft F_A , und es ist gleichzeitig auch die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Wassers:

$$\begin{aligned} F_A &= F_2 - F_1 \\ &= A \cdot g \cdot \rho_{FL} \cdot h \\ &= g \cdot \rho_{FL} \cdot (h \cdot A) \\ &= g \cdot \rho_{FL} \cdot V_{Körper} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Auftriebskraft auf einen eingetauchten Körper hat also den gleichen Betrag wie die Gewichtskraft der von ihm verdrängten Flüssigkeit. Man kann auf ähnliche Weise zeigen, dass das nicht nur für Quader gilt, sondern für alle Körper.

ANWENDUNG

Fische haben **Schwimmbblasen**, um ihr Volumen anzupassen. Da ihre Masse dabei gleich bleibt, können sie sich so aufblähen, dass ihre Dichte genau der Dichte des Wassers entspricht. Dann gleicht die Auftriebskraft genau die Gewichtskraft des Fisches aus, sodass der Fisch im Wasser »schwebt« und sich nicht ständig bewegen muss, um ein Absinken zu verhindern. Das spart viel Energie.

Allerdings muss der Fisch das Volumen der Schwimmblaste ständig nachregeln, indem er Gas (in die Blase) absondert oder auslässt, denn sonst würde sie sich beispielsweise beim Auftauchen durch den sinkenden Wasserdruck immer weiter ausdehnen.

Die Schwimmblaste sitzt übrigens bei den meisten Fischen etwas weiter oben im Körper – so ist der Schwerpunkt der Masse etwas tiefer als die »Mitte« des Volumens. Das stabilisiert den Fisch und hält seinen Körper aufrecht, in etwa wie bei einem Steh-auf-Männchen oder bei einem Segelschiff mit Kiel.

Heißluftballons und Zeppeline funktionieren ebenfalls durch Auftrieb. Wärmere Luft dehnt sich aus und nimmt bei gleicher Masse ein größeres Volumen ein, hat also eine geringere Dichte. Damit ein solches Luftfahrzeug schwebt, muss es insgesamt genau so viel wiegen wie die Luft, die es verdrängt – das gibt einem ein Gefühl dafür, wie schwer Luft eigentlich ist.

Segelflugzeuge profitieren von aufsteigenden Winden. Diesen Effekt nennt man auch (*dynamischen*) *Auftrieb*; das hat aber nichts mit Unterschieden in der Dichte zu tun. Auch die Luft, die wir alle verdrängen, sorgt natürlich für Auftrieb, aber dieser Effekt ist sehr, sehr klein.

2.3.4 Kräfte zwischen Molekülen

In Flüssigkeiten und Feststoffen muss es eine **Kraft** geben, die die Moleküle zusammenhält. Wenn es eine solche Kraft nicht gäbe, hätten die Moleküle schließlich keinen Grund, beieinander zu bleiben und würden frei durch den Raum schießen – das wäre dann keine Flüssigkeit und kein Festkörper mehr, sondern ein (ideales) **Gas**. Andererseits muss es auch eine **abstoßende Kraft** zwischen den Molekülen geben, denn sonst würden sich die Moleküle immer weiter zu einem Punkt zusammenziehen. Je nachdem, wie weit zwei Moleküle voneinander entfernt sind, spüren sie Abstoßung oder Anziehung.

In welchem **Aggregatzustand** ein Stoff letztendlich ist, hängt natürlich auch wesentlich von der **Temperatur** ab. Eine hohe Temperatur bedeutet eine hohe **Bewegungsenergie** aller Moleküle. Sind die Moleküle schnell genug und ist der typische Abstand zu anderen Molekülen groß genug, dann verlieren die zwischenmolekularen Kräfte an Bedeutung, der Stoff wird zum Gas. Ist die Bewegungsenergie aller Moleküle gering, reicht die Anziehungskraft aus, um die Moleküle fest aneinander zu binden: ein Festkörper.

An einer Flüssigkeit wie Wasser können wir zwei anziehende Kräfte unterscheiden: **Kohäsion** und **Adhäsion**. Auf Deutsch heißt das ungefähr: Zusammenhaften und Anhaften. **Kohäsion** ist (etwas vereinfacht) das Zusammenhaften von Molekülen einer Flüssigkeit aneinander, **Adhäsion** ist das Anhaften dieser Moleküle an einem Feststoff (siehe Abbildung 2.2b). Beide Effekte kennt man gut aus dem Alltag.

Tropfen bekommen ihre charakteristische Form durch das Zusammenspiel von Oberflächenspannung und Schwerkraft. Dass sie an Oberflächen anhaften, kennt man auch nur allzu gut. Ohne Schwerkraft sind Tropfen kugelförmig, siehe Abbildung 2.2a. Lotusblumen haben eine sehr fein (Nanometer!) strukturierte Oberfläche. Wassertropfen, die die Blüte treffen, berühren nur die hervortretenden Teile der Struktur und berühren daher effektiv eine kleinere Fläche. Sie sind sichtbar »runder« und perlen leichter ab (vgl. Abbildungen 2.2c und 2.3 rechts), was für eine Sumpfpflanze ein Selektionsvorteil ist. Es gibt auch technische Beschichtungen, die sich diesen Effekt zunutze machen.

2.3.5 Oberflächenspannung

Jedes Molekül im Inneren einer Flüssigkeit ist von allen Seiten von weiteren Molekülen umgeben. Die an einem Molekül innerhalb einer Flüssigkeit angreifenden Molekularkräfte heben sich bei gleichmäßiger Verteilung der Moleküle gegenseitig auf (siehe Abb. 2.4). An der Oberfläche der Flüssigkeit ergibt die Zusammensetzung dieser Kräfte jedoch eine resultierende Kraft, die auf der Oberfläche senkrecht steht und in das Innere der Flüssigkeit hinein gerichtet ist.

Um ein Molekül aus dem Inneren der Flüssigkeit an die Oberfläche zu bringen, muss demnach eine Arbeit gegen diese Kraft verrichtet werden. Moleküle an der Oberfläche besitzen daher eine größere potentielle Energie als die Moleküle im Inneren der Flüssigkeit. Diese Oberflächenenergie strebt zur Einstellung des Gleichgewichts einem Minimum zu. Wenn keine



(a) Der Astronaut Clayton C. Anderson an Bord der ISS. Die Kohäsionskräfte im Wasser zwingen es in die Form einer Kugel – dann ist die Oberfläche minimal. Warum sein Bild im Tropfen um 180° gedreht erscheint, wird am 5. Versuchstag erklärt.



(b) Ein Tropfen wird von Adhäsionskräften an einem Blatt gehalten.



(c) Entnetzender Tropfen auf einer Lotusblüte.

Abbildung 2.2: An Wassertropfen kann man verschiedene Effekte von intermolekularen Kräften entdecken.

äußeren Kräfte einwirken, nimmt die Oberfläche die Form an, bei der sie am kleinsten ist: eine Kugel.

Will man die Oberfläche hingegen vergrößern, muss man Energie aufwenden. Der Quotient Energie pro Fläche heißt spezifische Oberflächenenergie σ :

$$\sigma = \frac{\text{Energieaufwand } \Delta W}{\text{Oberflächenzuwachs } \Delta A} \quad [\sigma] = \frac{N}{m} \quad (2.4)$$

Eine denkbare (jedoch unpraktische) Möglichkeit zur Messung der spezifischen Oberflächenenergie zeigt Abbildung 2.5: Auf einem kleinen U-förmigen **Bügel** aus dünnem Draht ist ein an zwei Ösen geführter, in x -Richtung verschiebbarer Draht der Länge l angebracht.

Bringt man einen Tropfen einer Flüssigkeit in die schraffierte Masche, so bildet sich eine Lamelle aus. Mittels einer Kraft F lässt sich der Draht um die Strecke Δx verschieben, so dass die Lamelle auseinandergezogen wird.

Der hierdurch bewirkte Oberflächenzuwachs ΔA beträgt $2l \cdot \Delta x$ (Faktor 2, weil die zusätzliche Oberfläche auf beiden Seiten entsteht), die aufgewendete Energie ist $\Delta W = F \cdot \Delta x$. Damit erhält man:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F \cdot \Delta x}{2l \cdot \Delta x} = \frac{F}{2l} \quad (2.5)$$

Das Verhältnis $F/2l = \sigma$ wird als **Oberflächenspannung** bezeichnet. Gleichung 2.5 zeigt, dass die spezifische Oberflächenenergie und die Oberflächenspannung identische Größen sind.

Soweit die Theorie – als störend erweist sich bei dieser Messmethode die unvermeidliche Reibung an den Ösen des beweglichen Drahtes. Man verwendet daher besser die sogenannte **Abreißmethode**. Dabei wird ein Ring (Durchmesser d) aus Edelstahlblech mit scharfer Schneide benutzt. Dieser wird ganz untergetaucht und dann mit einer definierten Kraft F aus dem Wasser herausgezogen. Der Ring zieht eine zylinderförmige Lamelle (Höhe Δh) aus dem Wasser, bis diese abreißt – in diesem Moment gilt analog zur Bügelmethode:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F_{max} \cdot \Delta h_{max}}{2 \cdot (\pi d) \cdot \Delta h_{max}} = \frac{F_{max}}{2\pi d} \quad (2.6)$$

Der Faktor zwei im Nenner entsteht dadurch, dass die Lamelle zwei nahezu gleich große Oberflächen hat: innen und außen.

ANWENDUNG

Bienen sind mehr oder weniger rund, aber **Bienenwaben** sind sechseckig. Dahinter steckt die Oberflächenspannung des Waxes: Im Bienenstock herrschen wohlige 35 °C vor, was ausreicht, um das Wachs (zäh) fließen zu lassen. Es zieht sich zusammen und nimmt die Form mit der geringsten Oberfläche an – ein Sechseck.

2.3.6 Kapillarwirkung

Das Zusammenspiel von Adhäsion und Kohäsion kann bewirken, dass Flüssigkeiten an den Wänden von Gefäßen »hochklettern« oder »hinuntergedrückt werden«. Besonders deutlich ist dieser Effekt bei dünnen Röhren, sog. Kapillaren.

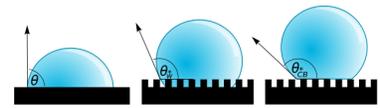


Abbildung 2.3: Kontaktwinkel auf glatten und strukturierten Oberflächen. Die rechte Grafik entspricht dem Lotus-Effekt.

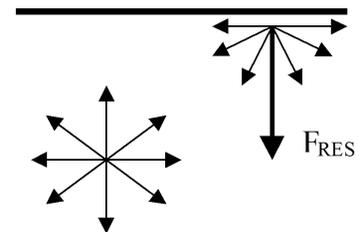


Abbildung 2.4: Resultierende Kraft auf ein Molekül, was sich im Inneren der Flüssigkeit (links) oder an der Oberfläche (rechts) befindet.

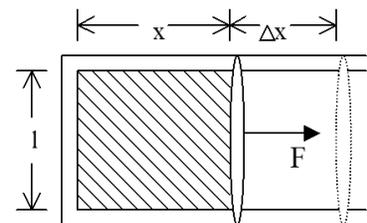


Abbildung 2.5: Messung der Oberflächenspannung mit einem Bügel.

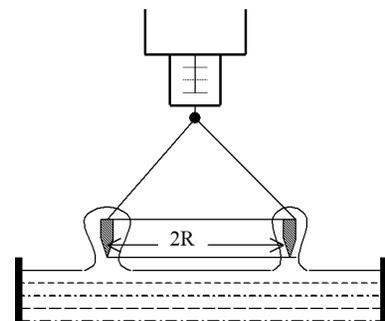


Abbildung 2.6: Messung der Oberflächenspannung mit der Abreißmethode.

Das Verhältnis von Adhäsions- zu Kohäsionskraft bestimmt, ob die Flüssigkeit auf- oder absteigt und wie die Oberfläche der Flüssigkeit aussieht (der sog. **Meniskus**): Sind die Adhäsionskräfte größer, wie z.B. zwischen Glas und Wasser, ist sie konkav (ein »Tal«). Man sagt, die Grenzfläche des Festkörpers wird benetzt (wie in Abb. 2.2b). Im umgekehrten Fall ist die Oberfläche konvex (ein »Hügel«) und die Grenzfläche wird nicht benetzt. Quecksilber ist ein Beispiel für eine Flüssigkeit, die an vielen Oberflächen so gut abperlt, dass der Meniskus nach oben gewölbt ist.

Wenn man eine Kapillare senkrecht in eine Flüssigkeit taucht, steigt die Flüssigkeit in der Kapillare bis zu einer Höhe h über den äußeren Spiegel an. Diese Steighöhe berechnet sich zu

$$h = \frac{2\sigma \cdot \cos\theta}{\rho g} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.7)$$

Dabei ist σ die Oberflächenspannung, ρ die Dichte, g die Erdbeschleunigung, r der Kapillarradius und θ der *Kontaktwinkel* zwischen Meniskus und Kapillare. Die Steighöhe h ist demnach umgekehrt proportional zum Kapillarradius: Je dünner das Röhrchen ist, desto höher kann die Flüssigkeit in ihm steigen. Ein Kontaktwinkel $\theta > 90^\circ$ führt zu einer negativen Steighöhe wie z.B. bei Quecksilber (siehe Abb. 2.7).

2.3.7 Viskosität

Die Kräfte zwischen den Molekülen sorgen nicht nur dafür, dass eine Flüssigkeit »zusammen« bleibt, sie sorgen auch für Reibung. Wenn sich Flüssigkeitsschichten aneinander vorbei bewegen – man sagt, die Flüssigkeit wird **geschert** – dann stoßen sie auf Widerstand. Wenn dieser Widerstand groß ist, wie z.B. bei Honig, nennt man die Flüssigkeit zähflüssig.

Die **Viskosität** ist ein physikalisches Maß dafür, wie zähflüssig eine Flüssigkeit ist. Es gibt zwei Arten von Viskositäten: die **dynamische Viskosität** η und die **kinematische Viskosität** $\nu = \eta/\rho$. Kennt man die Dichte der Flüssigkeit, kann man aus einem der Werte ganz einfach den anderen berechnen, aber man muss wissen, welchen das Messgerät anzeigt. Die SI-Einheiten dieser Viskositäten sind:

$$[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \cdot \text{s} \quad (2.8)$$

$$[\nu] = \frac{[\eta]}{[\rho]} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (2.9)$$

Weiterhin gibt es verwirrend **viele Möglichkeiten**, die Viskosität zu messen: mit Kapillaren, mit fallenden Kugeln, mit rotierenden, oszillierenden oder vibrierenden Messkörpern. Die Ergebnisse dieser Messungen sind meistens nicht ohne weiteres untereinander austauschbar, was jeden normalen Anwender zur Verzweiflung bringt. Wir beschäftigen uns hier nur mit einer Methode, die für die einfachsten Fälle ausreichend ist; wird es komplizierter, gibt es eine ganze Wissenschaft, mit der man sich auseinandersetzen muss: die **Rheologie**.

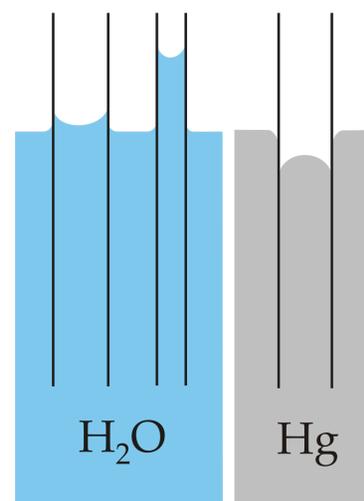


Abbildung 2.7: Kapillarwirkung für Wasser und Quecksilber.

ANWENDUNG

Die Viskosität der meisten Stoffe ist **nicht konstant**, sondern hängt mehr oder weniger stark von verschiedenen Faktoren ab. Die **Temperatur** ist immer ein großer Faktor, aber es gibt auch Stoffe, die bei **Beanspruchung** dick- oder dünnflüssiger werden. Es macht wenig Sinn, diese Flüssigkeiten mit einem Durchflussviskosimeter zu vermessen, weil diese keine Variation der *Scherrate* ermöglichen. Daher benutzt man in der Praxis andere Geräte, die z.B. mit rotierenden oder vibrierenden Messsonden arbeiten. **Hier einige Beispiele für »interessante« Stoffe:**

Synovia oder Gelenkflüssigkeit ist der Schmierstoff unserer Gelenke. Sie ist dank der enthaltenen Hyaluronsäure normalerweise eher hochviskos, wird bei Beanspruchung aber dünnflüssiger und behält diese Eigenschaft auch noch für eine Weile, ohne dass sie weiter geschert wird. Diesen Effekt nennt man **Thixotropie**, man kann ihn auch bei vielen anderen Flüssigkeiten beobachten. Man sollte sich daher vor dem Sport immer aufwärmen, um die Viskosität der Synovia zu verringern und somit eine gute Schmierung auf der ganzen Fläche des Gelenkes sicherzustellen, bevor die eigentliche Belastung stattfindet (sonst verschleißt der Meniskus viel schneller).

Plastische Stoffe sind bei geringer Beanspruchung zunächst fest, fangen bei einer bestimmten Schubspannung dann aber an zu fließen. Es gibt viele alltägliche Beispiele: Butter, Zahnpasta, Mayonnaise, Shampoo – alles Stoffe, die ohne Plastizität unpraktisch wären. Aber auch alle Metalle verhalten sich so, bloß erst bei größeren Schubspannungen. Eis wird unter hohem Druck, also z.B. am Grunde einer dicken Eisschicht, flüssig (aber nicht zu Wasser!) und kann dann als »schmierende« Schicht für riesige Massen dienen – ein Gletscher.

Stärkebrei ist ein Exot unter den Flüssigkeiten, denn er ist **scherverdickend**. Je stärker er beansprucht wird, desto mehr Widerstand leistet er! Das kann man mit einer Tasse Stärkebrei und einem Löffel sehr gut selbst erfahren; noch eindrucksvoller ist es, wenn man ein großes Becken voll Stärkebrei hat: Dann kann ein Mensch auf der Oberfläche laufen. Aber nur, wenn er schnell ist, sonst ist die Viskosität des Breis zu niedrig.

Glas kann auch fließen, heißt es in vielen alten Physikbüchern. Das stimmt auch, aber um die Effekte zu sehen müsste man einige Millionen Jahre warten oder das Glas auf etwa 400 °C erwärmen. Dass alte Kirchenfenster unten dicker sind als oben, hängt mit den damals üblichen Herstellungsverfahren zusammen.

Pech, ein Stoff, der dem Asphalt auf unseren Straßen nicht unähnlich ist, ist bei Raumtemperatur ebenfalls extrem zäh, aber er fließt merklich. Der endgültige Beweis gelang Thomas Parnell mit seinem »Pechtropfenexperiment«, das vom Komitee des Ig-Nobelpreises zum langweiligsten Experiment aller Zeiten gekürt wurde.

2.3.8 Das Gesetz von Hagen-Poiseulle

Wieviel Flüssigkeit (Viskosität η) fließt insgesamt durch ein Rohr (Radius r), wenn zwischen den Enden ein gegebener Druckunterschied Δp besteht? Das ist keine unbedeutende Frage, wenn man sich vergegenwärtigt, was beispielsweise zu klein ausgelegte Abwasserleitungen für unmittelbare Konsequenzen nach sich ziehen. Das Gesetz von Hagen-Poiseulle gibt eine präzise Antwort darauf – die wichtigste Information: **Es hängt sehr stark von der Größe des Rohres ab.**

Zunächst einige Begrifflichkeiten: **Eine laminare Strömung** (Schichtenströmung) liegt dann vor, wenn man den Flüssigkeitsstrom als ein Aneinandergleiten sehr dünner Flüssigkeitsschichten auffassen kann. Im Gegensatz dazu steht die sog. **turbulente Strömung**, bei der Flüssigkeitsschichten nicht parallel aneinander vorbeigleiten, sondern sich Wirbel bilden.

Beim laminaren Durchströmen eines Rohres bleibt längs der Rohrwand eine Flüssigkeitsschicht infolge der Reibungskraft (Adhäsion) in Ruhe ($v = 0$, siehe Abbildung 2.8). Die Geschwindigkeit nimmt **parabelförmig** zur Mitte der Kapillare hin zu und erreicht dort ihr Maximum. Man kann berechnen, dass das Volumen ΔV , das in der Zeit Δt laminar durch die Querschnittsfläche der Kapillare fließen kann, gegeben ist durch

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \Delta p}{8\eta l} r^4 \quad (2.10)$$

Das ist das Gesetz von Hagen-Poiseulle. Entscheidend ist der Faktor r^4 – er bedeutet, dass kleinste Änderungen im Radius große Änderungen im Volumenstrom $\dot{V} = \Delta V / \Delta t$ zur Folge haben. Eine Verdoppelung des Rohrdurchmessers bewirkt eine Vervielfachung des pro Zeit durchfließenden Volumens um den Faktor 16! Schon eine Verringerung des Durchmessers um 10 % hat eine Reduzierung des Volumenstroms auf 2/3 des ursprünglichen Wertes zur Folge.

ANWENDUNG

Das Gesetz von Hagen-Poiseulle lässt sich – mit vielen Einschränkungen – auch auf den **Blutkreislauf** des Menschen anwenden. Blut ist keine Newtonsche Flüssigkeit; d.h. seine Viskosität ist davon abhängig, wie stark es geschert wird. Aber auch hier gilt, dass der Volumenstrom sehr stark vom Durchmesser der Ader abhängt. Dadurch kann der Metabolismus die Durchblutung peripherer Körperteile auf einer großen Bandbreite regeln, was z.B. bei extremen Temperaturen wichtig ist.

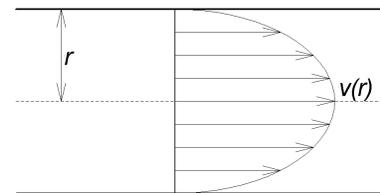


Abbildung 2.8: Geschwindigkeitsprofil einer laminaren Strömung in einem Rohr mit Radius r .

2.3.9 Kräfte bei Rotationen

Wir benutzen an diesem Versuchstag eine Zentrifuge, um hohe Beschleunigungen zu erzeugen. Dabei werden folgende Größen eine Rolle spielen (siehe Abb. 2.9): Die Drehfrequenz oder einfach **Drehzahl** f , gemessen in Hertz: $[f] = 1/\text{s} = \text{Hz}$. Die Kreisfrequenz ω . Das ist die Größe, die in den meisten Formeln auftaucht, weil Sinus- und Cosinus-Funktion eine Periode von 2π haben (dem *Vollwinkel*). Es gilt:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad [\omega] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz} \quad (2.11)$$

Wenn ein System mit konstanter Drehfrequenz f rotiert, ist auch der Betrag der Bahngeschwindigkeit v konstant (die Richtung ändert sich aber ständig). Es gilt:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f \cdot r = \omega \cdot r \quad (2.12)$$

Beim letzten Gleichheitszeichen haben wir benutzt, dass die Frequenz der Kehrwert der Periode ist: $f = 1/T$. Die Richtung der Geschwindigkeit ändert sich während der Umdrehung – es muss also eine Beschleunigung wirken. Diese ist immer senkrecht zur aktuellen Geschwindigkeit (*radial*) und hat den Betrag

$$a_r = r \cdot \omega^2 \quad (2.13)$$

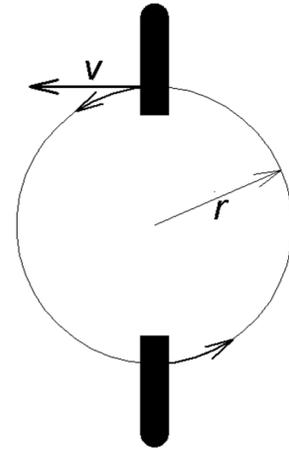


Abbildung 2.9: Zwei Reagenzgläser drehen sich im Kreis, Ansicht von oben.

ANWENDUNG

Bei der Sedimentation im Dichtegradienten sinken Hefezellen durch mehrere Schichten mit bekannter Dichte ρ_i . Sie sinken, weil die Schwerkraft auf sie wirkt – allerdings wirkt auch die Auftriebskraft, und zwar in die entgegengesetzte Richtung. Insgesamt wirkt eine resultierende Kraft von

$$F_{\text{res.}} = (\rho_{\text{Hefe}} - \rho_i) V_{\text{Hefe}} \cdot g \quad (2.14)$$

Je näher die Dichte des Mediums also der Dichte der Probe kommt, desto kleiner ist diese Kraft, und desto langsamer sinkt die Probe an ihr Ziel. Das kann lange dauern.

Um den Vorgang zu beschleunigen, wird der Dichtegradient zentrifugiert. Statt der Schwerkraft g wirkt nun die wesentlich höhere Radialbeschleunigung a_r in der Zentrifuge.

Man kann mit Zentrifugen auch ganz allgemein Bestandteile von Emulsionen voneinander trennen, sofern sie minimal unterschiedliche Dichten haben, was gerade auch für Biologen praktisch ist. Die wohl technisch anspruchsvollste Variante dieses Verfahrens ist die Trennung von Uranisotopen – das Gelingen eines solchen Vorhabens ist wichtigste Voraussetzung für die Herstellung von Atombomben.

2.4 Rechenaufgaben

Diese Aufgaben sollen Sie **vor dem Versuchstag** bearbeiten. Bringen Sie die Lösung mit und zeigen Sie sie Ihrem Tutor.

1. Beim Versuch »Dichtemessung über die Auftriebskraft« werden zwei »Massen« – eigentlich Gewichtskräfte (in Luft und in Wasser) F_L und

F_W gemessen. Weiterhin ist die Dichte des Wassers ρ_{Fl} gegeben. Wie errechnet sich aus diesen Werten die Dichte ρ der Probe? Gehen Sie dazu wie folgt vor: Es ist $F_L = F_G$ die Gewichtskraft der Probe, und $F_W = F_G - F_A$, wobei F_A die Auftriebskraft auf die Probe ist. Benutzen Sie Formel 2.3. Setzen Sie in dieser Formel für V die Definition der Dichte (Gleichung 2.1, umstellen!) ein. Das Endergebnis sollte lauten: $\rho = \rho_{\text{Fl}} \frac{F_L}{F_L - F_W}$

- Der erste Ballon, die sog. *Montgolfière* war im Prinzip eine Kugel mit $d = 12$ m Durchmesser. Die Temperatur in Heißluftballons beträgt beim Flug über 100°C , die Luft hat bei dieser Temperatur eine Dichte von ungefähr $\rho_{\text{Luft}}(110^\circ\text{C}) = 0,9 \text{ kg/m}^3$. Wie groß kann die Masse der Konstruktion aus (nicht gerade ultraleichtem) Leinenstoff höchstens gewesen sein? Die Dichte der umgebenden Luft könnte an einem sonnigen Tag ca. $\rho_{\text{Luft}}(20^\circ\text{C}) = 1,1 \text{ kg/m}^3$ gewesen sein.²
- Kann es sein, dass Bäume ihr Wasser mithilfe der Kapillarwirkung von der Wurzel in die Krone pumpen? Berechnen Sie den Radius einer Kapillare, in der Wasser 15 m hoch steigen kann. Literaturwerte für Wasser:

$$\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \theta \approx 20^\circ$$

Ist das ein realistischer Wert für eine Struktur aus Pflanzenzellen?

² Neben der Temperatur hat auch die Luftfeuchtigkeit einen großen Einfluss auf die Dichte. Diese Schätzung ist also gröber als grob.

2.5 Kontrollfragen

- Mit welcher Potenz hängt der Volumenstrom in einem Rohr vom Radius ab?
- Wie ist die Dichte definiert?
- Was ist die Bedingung dafür, dass ein Stoff auf Wasser schwimmt?
- Welche Massenanteile einer 98%igen Glycerin-Wasserlösung und destilliertem Wasser müssen Sie mischen, um eine 60%ige Mischung herzustellen? Verwenden Sie das Mischungskreuz aus Abbildung 2.10.
- Wieso kann ein Gletscher fließen?
- Wie lautet die Formel für die Fehlerfortpflanzung?

2.6 Experimentelle Aufgaben

2.6.1 Oberflächenspannung

In diesem Versuch bestimmen Sie mit Hilfe der »Abreißmethode« die **Oberflächenspannung** σ von destilliertem Wasser mit oder ohne Spülmittel. **Entscheiden Sie sich für eine der beiden Proben** und besorgen Sie sich die Messwerte für die andere Probe von einem anderen Team.

Geräte: Petrischale, Torsionswaage, höhenverstellbarer Tisch, Edelstahlring, destilliertes Wasser mit und ohne Spülmittel.

Gemessene Größen: Kraft beim Abreißen F (10 Wiederholungen ohne Variation).

Gegebene Größen: Ringdurchmesser d .

Durchführung:

- Stellen Sie zunächst sicher, dass die Waage tariert ist. Wenn der trockene Ring sich außerhalb des Wassers befindet und die Stellschraube in Nullstellung ist, sollte der Balken der Waage exakt zwischen den zwei schwarzen Strichen sein. Die Tara kann bei Bedarf über eine kleinere Stellschraube an der Rückseite nachgestellt werden.
- Heben Sie den Tisch an, bis der Ring vollständig in die Probe getaucht ist. Nun bewegen Sie den Tisch mit der Petrischale nach unten, während Sie gleichzeitig mit der Stellschraube die dabei entstehende Kraft ausgleichen. Der Balken muss dabei die ganze Zeit zwischen den zwei schwarzen Strichen sein. Bei einer bestimmten Kraft reißt der Film ab und der Ring löst sich von der Flüssigkeit. Notieren Sie diese Kraft. Wiederholen Sie diese Messung 10mal und bewegen Sie die Stellschrauben vor dem vermuteten Abreißen besonders vorsichtig, um nicht zu kleine Messwerte zu bekommen. Auch Erschütterungen können zum vorzeitigen Abreißen der Grenzschicht führen.
- Notieren Sie auch den **Durchmesser des Rings**, aber messen Sie ihn nicht selbst.

Achtung: Der Ring und die Probenflüssigkeit müssen absolut sauber bleiben! Berühren Sie sie auf keinen Fall mit der bloßen Hand und vermeiden Sie es, dicht über den Petrischalen auszumatmen.

2.6.2 Dichtemessung über die Auftriebskraft

Waagen messen eigentlich Kräfte, zeigen diese jedoch als Massen an. In diesem Versuch messen Sie die Gewichtskraft (angezeigt als Masse) eines Schneckengehäuses zweimal: normal und unter Wasser. Aus diesen zwei Werten kann man später auf die Dichte des Gehäuses schließen.

Geräte: Waage, Becherglas mit destilliertem Wasser, Probenkörper an Draht.

Gemessene Größen: Angezeigte Massen in Luft $m_L = F_L/g$ und in Wasser $m_W = F_W/g$, Raumtemperatur T_R .

Gegebene Größen: Masse des Drahtes m_D , Dichte von Wasser bei Raumtemperatur $\rho_{\text{H}_2\text{O}}(T_R)$ (siehe Anhang).

Durchführung:

- **Die Bedienung der Waage** wird vorher von der technischen Assistenz demonstriert.
- Messen Sie die Gewichtskraft des Gehäuses **in Luft**. Dabei muss das Teil **absolut trocken** sein, Papiertücher und ein Haartrockner liegen bereit um es ggf. zu trocknen.
- Stellen Sie nun den dafür vorgesehenen Tisch an der Waage nach oben, stellen Sie das **Becherglas** darauf und befestigen Sie das Gehäuse wieder an der Waage. Es muss **ganz von Wasser bedeckt** sein, außerdem sollten anhaftende **Luftblasen** nach Möglichkeit entfernt werden. Notieren Sie die angezeigte Masse.

Luftblasen im Schneckengehäuse können die Messung stark verfälschen! Schließen Sie diese Fehlerquelle aus, indem Sie das Gehäuse einige Male hin- und herschwenken.

2.6.3 Viskosität von Glycerinmischungen

Glycerin ist hochviskos, Wasser ist eher dünnflüssig. Mischt man beides, liegt die Viskosität dazwischen. Die Aufgabe für Ihr Team ist es, die kinematische Viskosität einer Glycerinlösung mit bekannter Konzentration zu bestimmen. Mit den anderen Teams zusammen ergibt das dann ein Diagramm, in dem die Viskosität in Abhängigkeit von der Konzentration aufgetragen wird.

Geräte: Zwei Ubbelohde-Viskosimeter (Abb. 2.11) mit versch. Messbereichen, Bechergläser, Stativmaterial, Stoppuhr, Messzylinder, Glycerin.

Gemessene Größen: Durchlaufzeit $t(c)$, Umgebungstemperatur T_R .

Eingestellte Größen: Konzentration der Glycerinlösung c .

Gegebene Größen: Viskosimeterkonstante k [mm^2/s^2] gemäß Aufdruck, fehlerfrei. **Denken Sie daran, die Werte zu notieren!**

Durchführung:

- Entscheiden Sie sich zunächst für eine Konzentration, die **zwischen 50 % und 85 %** liegt und in einem sinnvollen Abstand zu den Werten ist, die die anderen Teams bereits vermessen haben. Glycerinlösungen mit verschiedenen Konzentrationen sind bereits von der technischen Assistenz hergestellt worden, Sie müssen daher nicht selbst eine Mischung herstellen. Prinzipiell lassen sich die benötigten Massenanteile für verschiedene Konzentrationen beispielsweise mit dem **Mischungskreuz** (Abbildung 2.10) ausrechnen.

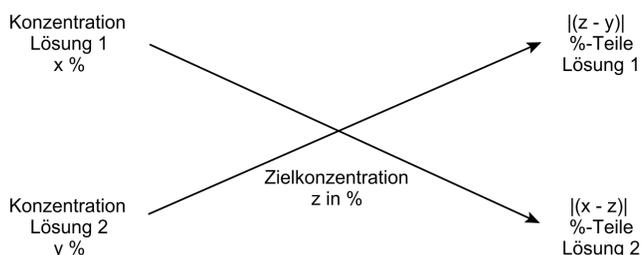


Abbildung 2.10: Das Mischungskreuz. Die Größen x , y und z sind gegeben, daraus ergeben sich die Massenanteile der Mischung.

- Es gibt **zwei Viskosimeter**. Welches Sie benutzen sollen, hängt von der Konzentration ab:
 - > 75 %: dickere Kapillare, grüne Kennfarbe am Gerät,
 - ≤ 75 %: dünnere Kapillare, gelbe Kennfarbe am Gerät.
- Betrachten Sie Abbildung 2.11 auf der nächsten Seite, um sich mit den Bestandteilen des Ubbelohde-Viskosimeters vertraut zu machen.
- Befüllen Sie das Viskosimeter mit Ihrer Glycerinlösung. Achten Sie auf die richtige Menge: Der Füllstand im Vorratsgefäß (4) sollte zwischen den beiden **Markierungen** liegen.
- Nehmen Sie – je nachdem, was die Technische Assistenz Ihnen zur Verfügung gestellt hat – einen kurzen Schlauch mit Glas-Mundstück **oder** einen Peleusball und stecken Sie es an das Ansaugrohr oben am

Achtung! Eines der Viskosimeter hat eine sehr dünne Kapillare, die Flüssigkeiten mit einer zu hohen Viskosität sehr nachhaltig verstopft werden kann. Die Reinigung übernehmen in so einem Fall natürlich Sie.

Viskosimeter (bei 1). Halten Sie einen Finger auf das dafür vorgesehene Rohr (2) und saugen Sie an dem Mundstück **oder** mit dem Peleusball, bis genug Flüssigkeit in die Messkugel (8) geflossen ist. Um den Rückfluss zu starten, entfernen Sie Ihren Finger und ggf. den Peleusball.

- Der andere Teampartner stoppt die Durchlaufzeit mit einer **Stoppuhr**. Start ist, wenn der Meniskus die Markierung oberhalb des oberen Reservoirs (M1) passiert, Stopp ist bei der unteren Markierung (M2).
- Notieren Sie auch die **Raumtemperatur**.
- Leeren Sie das Viskosimeter aus (am Stativ umdrehen) und **säubern** Sie es anschließend mit destilliertem Wasser, indem Sie es mehrmals ansaugen und durch die Kapillare strömen lassen. Anschließend lassen Sie das Viskosimeter einfach kopfüber in ein Becherglas austropfen und trocknen.
- Tragen Sie Ihren Wert in die **Tabelle** an der Tafel ein. Wenn alle Teams gemessen haben, übertragen Sie die gesamte Tabelle in Ihr Messprotokoll.

2.6.4 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die Viskosität von praktisch allen Stoffen, insbesondere von Wasser, ist stark temperaturabhängig. Selbst sündhaft teure *Normöle*, die für die Kalibrierung von Viskosimetern ausgelegt sind, müssen aufwendig auf Bruchteile eines Grades temperiert werden, oder sie sind nutzlos.

Geräte: Ubbelohde-Viskosimeter in Tempermantel (befüllt mit Wasser), Thermostat, Thermoelement, Schläuche, Glasröhrchen, Schlauchmaterial, Stoppuhr.

Gemessene Größen: Durchlaufzeit $t(T)$.

Eingestellte Größen: Temperatur des Wasserbades für die jeweils nächste Messung T (4–5 Werte zwischen Raumtemperatur und 80 °C).

Gegebene Größen: Viskosimeterkonstante $k = (3,04 \pm 0,07) \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{s}^2$.

Durchführung:

- Stellen Sie sicher, dass die **Temperatur** im Tempermantel schon **konstant** ist. Die Lampe an der Heizungssteuerung sollte gleichmäßig und kurz aufblinken.
- Betrachten Sie Abbildung 2.11, um sich mit den Bestandteilen des Ubbelohde-Viskosimeters vertraut zu machen.
- Nehmen Sie – je nachdem, was die Technische Assistenz Ihnen zur Verfügung gestellt hat – einen kurzen Schlauch mit Glas-Mundstück **oder** einen Peleusball und stecken Sie es an das Ansaugrohr oben am Viskosimeter (bei 1). Halten Sie einen Finger auf das dafür vorgesehene Rohr (2) und saugen Sie an dem Mundstück, bis genug Flüssigkeit in die Messkugel (8) geflossen ist. Um den Rückfluss zu starten, entfernen Sie Ihren Finger und ggf. den Peleusball.

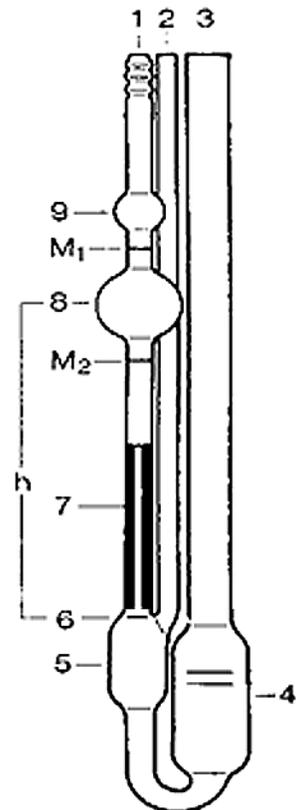


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung eines Ubbelohde-Viskosimeters, wie es in den Versuchen 2.6.3 und 2.6.4 benutzt wird.

- (1) Ansaugrohr
- (2) Belüftungsrohr
- (3) Befüllrohr
- (4) Vorratsgefäß mit Füllmarken
- (5) Niveaugefäß
- (6) Austrittsöffnung
- (7) Kapillare
- (8) Messgefäß
- (9) Vorlaufkugel
- (M1, M2) Ringmessmarken

- Der andere Teampartner stoppt die Durchlaufzeit mit einer **Stoppuhr**. Start ist, wenn der Meniskus die Markierung oberhalb des oberen Reservoirs (M1) passiert, Stopp ist bei der unteren Markierung (M2).
- Lesen Sie die **Temperatur** (und die Ablesegenauigkeit) am Flüssigkeitsthermometer ab, nicht an der Heizungssteuerung.
- Stellen Sie die **Temperatur** für die nächste Gruppe ein.
- Tragen Sie Ihren Wert in die **Tabelle** an der Tafel ein. Wenn alle Teams gemessen haben, übertragen Sie die gesamte Tabelle in Ihr Messprotokoll.

2.6.5 Sedimentation im Dichtegradienten

Die Dichte von sehr kleinen, z.B. biologischen Proben kann mit der Methode der Dichtegradienten bestimmt werden. Sie beruht auf dem einfachen Prinzip, dass Stoffe mit höherer Dichte unter dem Einfluss der Schwerkraft nach unten sinken, bis sie auf eine Schicht mit noch höherer Dichte treffen. Um die Schwerebeschleunigung künstlich zu erhöhen, wird eine Zentrifuge benutzt.

Geräte: Pipetten, Glycerinlösung (verschiedene Konzentrationen), gradierete Reagenzgläser, Zentrifuge, Messschieber, Stroboskop, Trierwaage.

Durchführung 1 – Präparation des Dichtegradienten:

- Machen Sie sich am besten vorher mit der Funktion der **Pipettierhilfen** (»Gummibälle«) vertraut.
- Füllen Sie mit der Pipette **dünne Schichten**³ von Glycerinlösung aufeinander. Beginnen Sie mit reinem Glycerin; jede weitere Schicht hat eine etwas geringere Konzentration. Halten Sie das Reagenzglas schräg, setzen Sie die Pipette am Rand an. Lassen Sie nun sehr langsam die Lösung nach unten laufen.
- Die Lösung benetzt nun einen Teil der Innenwand des Reagenzglases. **Damit sich die Schichten nicht vermischen, muss die nächste Schicht an einer anderen Stelle herunterlaufen!** Drehen Sie das Reagenzglas also ein Stückchen.
- Erzeugen Sie auf diese Weise fünf Schichten.
- Zuletzt geben sie mit der dünnen Pipette etwas Hefe in das Reagenzglas.
- Vor dem Zentrifugieren muss der Rotor austariert werden. Dafür wird eine primitive, aber hochpräzise Balkenwaage benutzt. Die technische Assistenz sollte Ihnen hierbei assistieren.
- Zentrifugieren Sie Ihren Dichtegradienten mindestens 3 min lang. Die Hefe sollte sich (idealerweise) zwischen zwei Schichten abgelagert haben – zwischen welchen? Was bedeutet es, wenn Teile der Probe auf mehrere Schichten verteilt sind?

³ Die Höhe der Schichten hat keinen Einfluss auf das Ergebnis – sie sollte aber mindestens 5 mm betragen, damit die Sedimentation später gut zu sehen ist.



2.6.6 Zentrifugalkraft

In diesem Unterversuch soll die Drehzahl der Zentrifuge bei verschiedenen Schaltstufen mit Hilfe eines Stroboskops gemessen werden.⁴

⁴ Ein Stroboskop ist ein Blitzgerät mit einstellbarer Blitzfrequenz.

Eingestellte Größen: Vier Schaltstufen.

Gemessene Größen: Drehzahlen der Zentrifuge in den vier Schaltstufen f_i , Abstand des Bodens des Zentrifugenglases von der Drehachse r_u , Abstand des oberen Teils des Zentrifugenglases von der Drehachse r_o .

Durchführung:

- Benutzen Sie das Stroboskop, um über die Blitzfrequenz die Drehzahl der Zentrifuge zu bestimmen. Dies erfordert aber zunächst etwas Nachdenken!
- Der Rotor der Zentrifuge trägt eine **Markierung**. Je nachdem, in welchem Verhältnis Dreh- und Blitzfrequenz zueinander stehen, entsteht ein scheinbar stehendes Bild des Rotors mit einer, zwei oder vier Markierungen. Stellt man die Blitzfrequenz so ein, dass ein stehendes Bild mit einer Markierung zu sehen ist, so lässt sich allein aus dieser Einstellung noch keine Aussage über die Drehzahl gewinnen.

Beantworten Sie nun die folgenden Fragen für sich, und gehen Sie auch im Protokoll kurz darauf ein.

- Wie groß sind die **Drehzahlen** in den vier Schaltstufen?
- Erhält man die **wahre Drehzahl** des Rotors bei einer möglichst kleinen oder einer möglichst großen Frequenz des Stroboskops?
- Wie kann man überprüfen, ob man mit dem Stroboskop die richtige Umlauffrequenz f der Zentrifuge ermittelt hat und nicht etwa $f/2$ oder $f/3$?
- Messen Sie auch die **Radien** der Rotation: von der Welle zum Boden und zum oberen Teil des Zentrifugenglases.

2.6.7 Minimalflächen

Dieser Versuch muss weder dokumentiert noch ausgewertet werden.

- Tauchen Sie die Plexiglasvorrichtungen in das Seifenwasser. Wie ordnen sich die Seifenhäute an?
- Wiederholen Sie den Versuch ggf. ein paarmal, es können sich verschiedene Konstellationen ergeben.

2.7 Wie geht es weiter?

- Es gibt zu diesem Versuchstag wieder ein **Musterprotokoll** – allerdings ist es nur ein Gerüst, zu dem Sie den Inhalt größtenteils selbst beisteuern müssen. Laden Sie diese Datei runter und lesen Sie sich die Anweisungen durch.

- Lesen Sie den Abschnitt »Viel Protokoll mit wenig Stress«, falls Sie es noch nicht getan haben.
- Jetzt machen Sie sich zusammen an die **Auswertung** und schreiben Sie Ihr Protokoll!
- Das Musterprotokoll enthält auch eine **Checkliste zur Selbstkontrolle**. Gehen Sie diese Liste am Ende zusammen durch und unterschreiben Sie anschließend beide, dass das Protokoll den genannten Ansprüchen genügt.

2.8 Hinweise zur Auswertung

2.8.1 Oberflächenspannung

Die gemessenen Kräfte *erst* mitteln (und σ_n berechnen), *dann* mit diesem Wert die Oberflächenspannung berechnen.

Bei der Abreißmethode (siehe Abbildung 2.6) zieht der Ring **innen und außen** jeweils einen Wasserfilm um eine Strecke h nach oben, dessen Fläche einem Zylinder mit Durchmesser d entspricht. Es gilt Gleichung 2.6. Da an der Oberfläche des Rings durch Kapillarkräfte ein Volumen aus der Probe herausgezogen wird, muss die berechnete Oberflächenspannung mit einem Korrekturfaktor $f_{H_2O}(20^\circ C) = 0,91$ für Wasser und $f_{Spüli}(20^\circ C) = 0,85$ multipliziert werden, um die endgültige Oberflächenspannung zu erhalten.

Der Literaturwert für Wasser ist $\sigma_{H_2O}(20^\circ C) = 72,75 \text{ mN/m}$, das Spülmittel reduziert diesen Wert.

Passen Sie auf mit der **Notation**: σ ist doppelt belegt! Sie sind aber nicht sklavisch an die Konventionen dieses Skripts gebunden – falls Sie klare Verhältnisse brauchen, benutzen Sie andere Formelzeichen. Das muss aber für die Leserin Ihres Protokolls transparent sein.

2.8.2 Dichtemessung über die Auftriebskraft

Für die Dichte der Probe gilt die im Vorfeld hergeleitete Formel:

$$\rho = \rho_{Fl} \frac{F_L}{F_L - F_W} = \rho_{Fl} \frac{F_L/g}{F_L/g - F_W/g} \quad (2.15)$$

Die F_i/g sind die von der Waage als Massen angezeigten Messwerte. Der Draht, an dem die Schneckenhäuser befestigt sind, hat eine nicht zu vernachlässigende Masse von m_D , die bei den Messwerten zunächst kompensiert (d.h. abgezogen) werden muss.

Für die Berechnung von $\Delta\rho$ können ρ_{Fl} und g als fehlerfrei angenommen werden.

Die Schneckenschale hat drei Schichten. Die zwei inneren bestehen zum größten Teil aus *Aragonit*, einem Kalkmineral. Die äußerste Schicht, das *Periostracum*, besteht hingegen aus einem Protein, dem *Conchiolin*. Diese äußere Schutzschicht kann bei adulten Schnecken nicht mehr nachgebildet werden.

Aragonit hat eine Dichte von $\rho_{Ar} = (2,95 \pm 0,01) \text{ g/cm}^3$. Die Zusammensetzung des Conchiolin und somit auch seine Dichte können variieren: $\rho_{Co} = (1,35 \pm 0,15) \text{ g/cm}^3$ ist ein grober Richtwert für alle Proteine.

Schätzen Sie den Volumenanteil c des Conchiolin ab. Adulte Schnecken haben offenbar einen Wert um 10 % (das entspricht Dichten von ca. $2,75 \text{ g/cm}^3$), Jungtiere deutlich mehr. Stellen Sie dazu diese Formel nach c

um:

$$\rho = c \cdot \rho_{Co} + (1 - c) \cdot \rho_{Ar} \quad (2.16)$$

Machen Sie auch für dieses Ergebnis eine Fehlerfortpflanzung, um Δc zu berechnen. Da der Fehler in ρ_{Co} sehr groß ist, können alle anderen Fehleinflüsse ignoriert werden. Diese Messmethode ist insgesamt sehr ungenau; die von Ihnen berechneten Fehlergrenzen werden das widerspiegeln. Beurteilen Sie den Erfolg oder Misserfolg der Messung kritisch!

2.8.3 Viskosität von Glycerinmischungen

Die Durchflussviskosimeter sind bereits kalibriert, daher beschränkt sich die Berechnung der Viskosität auf eine Multiplikation mit der »Viskosimeterkonstanten«:

$$\nu = k \cdot t(c) \quad (2.17)$$

Die kinematische Viskosität soll lediglich in einem Diagramm über der Konzentration aufgetragen werden. **Eine sinnvolle Fehlerrechnung ist nicht machbar**, weil der größte Beitrag zu $\Delta \nu$ nicht von der Zeitmessung, sondern von der Kalibrierung des Viskosimeters kommt und schwer abzuschätzen ist.

2.8.4 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Hier ist das gewünschte Ergebnis ein Temperatur-Viskosität-Diagramm. Zusätzlich sollen allerdings die Messpunkte mit Fehlerbalken versehen werden und ein Verlauf aus Literaturdaten zum Vergleich eingefügt werden. Wie das geht, ist im **Musterprotokoll** Schritt für Schritt beschrieben. Es ist wieder die kinematische Viskosität zu berechnen:

$$\nu(T) = k \cdot t(T) \quad (2.18)$$

Es folgen die besagten **Literaturdaten**. Die kinematische Viskosität von Wasser im Temperaturbereich von 20 °C und 90 °C lässt sich in guter Näherung beschreiben durch ein Polynom 4. Grades (T in °C):

$$\begin{aligned} \nu_{H_2O}(T) = & (1,781 - 5,562 \cdot 10^{-2} T + 1,007 \cdot 10^{-3} T^2 \\ & - 9,372 \cdot 10^{-6} T^3 + 3,385 \cdot 10^{-8} T^4) \text{ mm}^2/\text{s} \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.8.5 Sedimentation im Dichtegradienten

Wenn ein Stoff sich zwischen zwei Schichten unterschiedlicher Dichte anlagert, folgt daraus etwas für seine eigene Dichte. Wie könnte man dieses Ergebnis angeben?

Berechnen Sie die Dichten der einzelnen Schichten unter der Annahme, dass die Volumenkontraktion bei der Mischung von Glycerin und Wasser vernachlässigbar klein ist.

2.8.6 Zentrifugalkraft

Erstellen Sie eine **Tabelle**, die für jede der vier Schaltstufen folgende Werte enthält: Die Drehzahl f in Hz, die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$, die

Radialbeschleunigung am Boden a_u und im oberen Teil des Zentrifugenglases a_o , jeweils in m/s^2 und in Einheiten der Erdbeschleunigung g . Aus Rücksicht auf Ihre Wochenendpläne **entfällt die Fehlerrechnung** hierfür.

3 Temperatur & Wärme

Inhalt

3.1 Einleitung	47
3.2 Was ist vorher zu tun?	48
3.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	48
3.3.1 Temperatur vs. Wärme	48
3.3.2 Wie misst man Temperaturen?	49
3.3.3 Wie misst man Wärmeenergie?	50
3.3.4 Wärmekapazität	51
3.3.5 Phasenübergänge und latente Wärmen	52
3.3.6 Thermische Ausdehnung	53
3.3.7 Wirkungsgrad	54
3.4 Rechenaufgaben	55
3.5 Kontrollfragen	55
3.6 Experimentelle Aufgaben	55
3.6.1 Thermische Längenänderung	55
3.6.2 Wärmeleitung	56
3.6.3 Wirkungsgrad	56
3.6.4 Spezifische Wärmekapazität eines Festkörpers	57
3.6.5 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser	58
3.6.6 Wärmekamera	59
3.7 Wie geht es weiter?	59
3.8 Hinweise zur Auswertung	59
3.8.1 Thermische Längenänderung	59
3.8.2 Wärmeleitung	59
3.8.3 Spezifische Wärmekapazität eines Festkörpers	60
3.8.4 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser	60
3.8.5 Wirkungsgrad	61

3.1 Einleitung

Diesmal geht es um **Thermodynamik** – ein Teilgebiet der Physik, in dem es vor allem um Wärme geht. Hinter der Thermodynamik steckt eine raffinierte Theorie, die es nur mit Mitteln der Statistik möglich macht, sehr allgemeine Aussagen über große Systeme zu treffen, ohne viel über die Einzelteile zu wissen, z.B. dass Kühlschränke nicht ohne Energieversorgung funktionieren oder dass die Unordnung im Universum insgesamt immer zunimmt. Über diese Theorie werden Sie an dieser Stelle nicht viel lernen;

stattdessen beschäftigen wir uns gezielt mit Phänomenen und Konzepten, die auch für Biologen und Chemiker relevant sind: mit der **thermischen Längenänderung**, der **spezifischen Wärmekapazität**, der (riesigen!) **spezifischen Verdampfungswärme** von Wasser, der **Wärmeleitung** und dem **Wirkungsgrad**. Es gibt viel zu messen!

3.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Sorgen Sie dafür, dass Sie den **Theorieteil** verstanden haben! Falls Ihnen Grundlagen fehlen, ist es in Ihrer Verantwortung, diese aufzuarbeiten. Gute Lehrmaterialien zu diesen Themen findet man problemlos im Internet.
- Fertigen Sie **Messwerttabellen** an (im Team), achten Sie dabei auf das korrekte Format und lassen Sie ggf. Details (Einheiten) zunächst frei.
- Lösen Sie die **Rechenaufgaben** (im Team). Sie werden am Versuchstag kontrolliert.
- Schauen Sie sich die **Kontrollfragen** an! In der Vorbesprechung müssen Sie in der Lage sein, sie zu beantworten, sonst dürfen Sie nicht am Praktikum teilnehmen und müssen den Versuchstag nachholen.

3.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

3.3.1 Temperatur vs. Wärme

Was ist Wärme? In der Physik ist die **Wärme** Q nichts anderes als Energie, genauer gesagt: **Bewegungsenergie**, die zufällig auf viele Körper verteilt ist. In jedem Stoff um uns herum sind die Bestandteile ständig dabei, mit unglaublicher Geschwindigkeit durch den Raum zu schießen, aufeinanderzuprallen, zu rotieren und gegeneinander zu schwingen. In all diesen Bewegungen ist Energie gespeichert, und in der Summe ist das die Wärmeenergie, die in diesem Stoff steckt.

Die Moleküle der uns umgebenden Luft haben z.B. eine **mittlere Geschwindigkeit** von ca. 1500 km/h; die Werte für Flüssigkeiten liegen auch (ganz grob) in dieser Größenordnung. Die gesamte Wärmeenergie in der Luft ist also im Prinzip genau so groß wie die Energie, die man bräuchte, um die gesamte Luft auf Schallgeschwindigkeit in die gleiche Richtung zu beschleunigen – aber das wäre natürlich eine völlig andere Situation.

Stellen Sie sich zwei frisch gebrühte Tassen Kaffee vor: Die Teilchen in dem einen System „Kaffeetasse“ haben die gleiche Wärmeenergie wie die im anderen. Das Gesamtsystem aus zwei Kaffeetassen muss also doppelt so viel Wärmeenergie enthalten wie eine der Tassen. Wärmeenergie ist an die Stoffmenge gekoppelt: Doppelter Kaffee, doppelte Wärme. Größen, für die ein solcher Zusammenhang gilt, heißen **extensiv**.

Aber wie ist es mit der **Temperatur** des Kaffees? Wir haben aus unserem Alltag ein intuitives Verständnis von Temperatur, aber wie würden wir den



Abbildung 3.1: Zwei frisch gebrühte Tassen Kaffee, in jeder Hinsicht identisch.

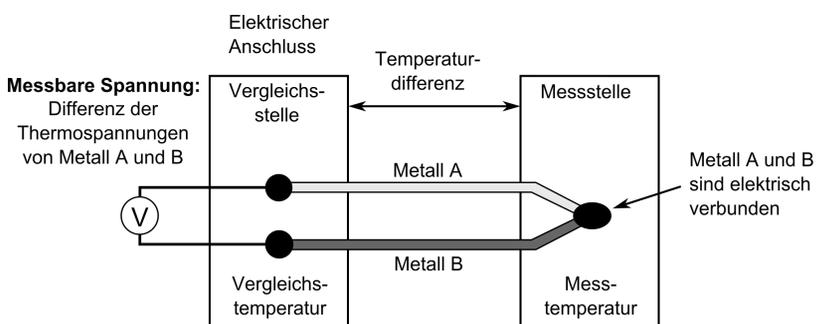
Begriff definieren, ohne Worte wie „warm“ und „kalt“ zu verwenden? Das ist nicht ganz leicht, aber einige Dinge können wir sofort festhalten:

1. Eine frische Tasse Kaffee hat eine Temperatur von etwa 80 °C. Wenn eine zweite Tasse Kaffee hinzukommt, steigt die Temperatur nicht etwa auf 160 °C – sie bleibt gleich. Temperatur ist also nicht an die Stoffmenge gekoppelt: Doppelter Kaffee, gleiche Temperatur. Solche Größen nennt man *intensiv*.
2. Mehr Wärme führt zu einer höheren Temperatur.
3. Wir wissen, dass zwei Stoffe die gleiche Temperatur haben, wenn zwischen Ihnen insgesamt keine Wärme ausgetauscht wird. Ein frischer Kaffee kühlt sich ab, bis er Raumtemperatur hat – dann bleibt er bei dieser Temperatur, bis ihn jemand trinkt.

3.3.2 Wie misst man Temperaturen?

Gas- und Flüssigkeitsthermometer nutzen aus, dass sich Stoffe mit zunehmender Temperatur ausdehnen. Nach demselben Prinzip arbeiten **Bimetall-Thermometer**: zwei Streifen von Materialien unterschiedlicher thermischer Längenänderung werden fest miteinander verbunden. Je nach Temperatur krümmt sich diese Anordnung mehr oder weniger stark, vgl. Abb. 3.2.

Ein Messprinzip, das im Laboralltag oft und gerne verwendet wird, ist das **Thermoelement** (Abb. 3.3). Es besteht aus zwei Drähten unterschiedlicher Metalle, meistens Chrom und Nickel. Diese Anordnung funktioniert im Temperaturbereich von -90 bis 1370 °C.



Die freibeweglichen Elektronen in diesen Metallen haben bei Raumtemperatur mittlere Geschwindigkeiten von ca. tausend Kilometern *pro Sekunde*. An der Grenzfläche zwischen den beiden Metallen kann es daher passieren, dass Elektronen in das jeweils andere Metall übertreten. Allerdings ist die »Bilanz« nicht ausgeglichen: Aus dem Metall mit der kleineren Austrittsenergie bewegen sich mehr Elektronen zu dem mit der größeren Austrittsenergie als umgekehrt.

Dieser Effekt, der von der Temperatur abhängt, macht sich in einer messbaren Spannung bemerkbar. Aber wie misst man diese Spannung? Dazu muss man die Metalldrähte A und B an irgendeinem Punkt mit dem (Kupfer-)Anschlusskabel eines Voltmeters verbinden, und hier tritt der gleiche Effekt mit umgekehrtem Vorzeichen auf. Man kann daher immer nur



Abbildung 3.2: Funktionsweise eines **Bimetalls**. Der Wärmeausdehnungskoeffizient α (siehe 3.3.6) ist in diesem Beispiel beim hellen Material größer.

Abbildung 3.3: Schematische Messschaltung mit einem Thermoelement.

Temperaturdifferenzen messen, was meistens ausreicht. Als Vergleichstemperatur dient oft einfach die Raumtemperatur im Labor.

Bei **Widerstandsthermometern** wird ausgenutzt, dass sich der elektrische Widerstand mit der Temperatur ändert: Bei *Kaltleitern* (wie z.B. Metallen) wächst der Widerstand mit der Temperatur (PTC-Widerstand, *positive thermal coefficient*), bei *Heißleitern* (wie z.B. Halbleitern) sinkt er mit der Temperatur (NTC-Widerstand). Die häufigste Anwendung finden hier Platin-Widerstandsthermometer (»Pt-100«), die im Temperaturbereich von -200 bis 850 °C verwendet werden können.

Im Gegensatz zu den bisher skizzierten Verfahren, die den Kontakt mit dem zu messenden Körper voraussetzen, ist die Hauptaufgabe der **Strahlungsthermometrie** das berührungslose Erfassen der Temperatur. Dazu nutzt man aus, dass jeder Körper, dessen Temperatur oberhalb des absoluten Nullpunktes liegt, Energie in Form elektromagnetischer Strahlung abstrahlt. Dabei hat die ausgesandte Strahlung als Funktion der Wellenlänge ein Maximum, dessen Lage von der Temperatur des Strahlers abhängt, und zwar verschiebt sich mit steigender Temperatur das Maximum der Ausstrahlung zu kürzeren Wellenlängen hin. Zwischen der Temperatur T und der Wellenlänge des Strahlungsmaximums λ_{max} besteht folgende Beziehung (Wiensches Verschiebungsgesetz):

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} \mu\text{mK} \quad (3.1)$$

Ab ca. 650 °C sind bereits Anteile im sichtbaren Bereich vorhanden – ein Körper mit dieser Temperatur *glüht*. Beispiele für die Position des Strahlungsmaximums finden sich in der folgenden Tabelle 3.2.

Körper	Temperatur	λ_{max} [μm]
Sonne	ca. 5800 K	ca. 0,5
Eisen, hell glühend	1700 K \approx 1400 °C	1,7
Eisen, dunkelrot glühend	900 K \approx 600 °C	3,3
Wasserdampf	373 K = 100 °C	7,8
Körpertemperatur	310 K = 37 °C	9,3
Gefrierpunkt	273 K = 0 °C	10,6
Tiefkühlkost	253 K = -20 °C	11,5

3.3.3 Wie misst man Wärmeenergie?

Es ist nicht so einfach, Energie direkt zu messen. Dafür müsste man sie der Probe entziehen können, und es liegt in der Natur der Energie, dass sie das nicht mit sich machen lässt. Glücklicherweise liegt es auch in der Natur der Energie, dass ihr absoluter Wert nicht wichtig ist,¹ sondern nur die Differenz zu anderen Energien, z.B. zwischen zwei Zuständen (vorher/nachher).

Energie kann nicht erschaffen oder vernichtet werden.² Das heißt, dass die Energie in einem nach außen abgeschlossenen System konstant ist – sie kann lediglich intern »umgewidmet« werden, aber die Summe bleibt

Kaltleiter	Heißleiter
hohe Temperatur → großer Widerstand	hohe Temperatur → kleiner Widerstand
<i>positive thermal coefficient</i> (PTC)	<i>negative thermal coefficient</i> (NTC)
z.B. alle Metalle	z.B. alle reinen Halbleiter

Tabelle 3.1: Synonyme Bezeichnungen für die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes.

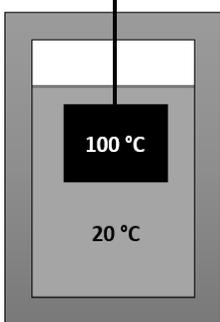
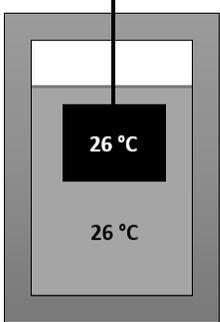
Tabelle 3.2: Wellenlänge des Strahlungsmaximums bei verschiedenen Temperaturen.

¹ In modernen physikalischen Theorien wie z.B. der Allgemeinen Relativitätstheorie stimmt das nicht mehr – dort spielt auch die absolute Energiedichte eine zentrale Rolle. In der klassischen Physik ist Energie aber einfach das *Wegintegral* über die Kraft (Schulphysik: »Kraft mal Weg«) und als solches nur bis auf eine frei wählbare Konstante bestimmt; der absolute Wert ist daher im Prinzip nicht wichtig.

² Das Prinzip der Energieerhaltung folgt übrigens aus der Prämisse, dass physikalische Gesetze zu allen Zeiten gleich sein sollten. Es gibt noch mehr solche *kontinuierliche Symmetrien*, und zu jeder gehört eine Erhaltungsgröße: Die Homogenität des Raumes liefert die Impulserhaltung, die Isotropie des Raumes die Drehimpulserhaltung, und spezielle Systeme können weitere Erhaltungsgrößen haben – das ist die Aussage des *Noether-Theorems*, welches 1918 von EMMY NOETHER bewiesen wurde.

die gleiche. Ein solches System, das keine Wärmeenergie mit der Umgebung austauscht, heißt **adiabatisch**, und ein realer Gegenstand mit diesen Eigenschaften wäre z.B. eine Thermoskanne.

Kalorimeter (oder englisch: *Dewar*-Gefäße) sind im Prinzip Thermobehälter für professionelle Anwendungen. Sie haben eine sehr gute thermische Isolierung und eine sehr geringe eigene Wärmekapazität, sodass sie eine Minimierung des Energieaustauschs nach außen ermöglichen. Wenn in einem solchen Gefäß z.B. ein Transfer von Wärmeenergie stattfindet, kann man anschließend eine Bilanz aufstellen: Wo auch immer die Energie nun hingeflossen ist, *in der Summe* muss sie gleichgeblieben sein!

	vorher	nachher
		
Wärmeenergie im Metallklotz	Q_M	$Q_M - c_1 \cdot (100^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C})$
Wärmeenergie im Wasser	Q_W	$Q_W + c_2 \cdot (26^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})$

Wenn man einen heißen Metallklotz in ein Wasserbad hängt, erwärmt sich das Wasser und der Metallklotz kühlt sich ab, bis beide die gleiche Temperatur haben, siehe Tabelle 3.3. Dabei sind c_1 und c_2 irgendwelche Konstanten.³ Um die Energiebilanz aufzustellen, setzt man nun voraus, dass während des Vorgangs keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wurde, und schreibt:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{vorher}} &= Q_{\text{nachher}} \\
 Q_M + Q_W &= [Q_M - c_1 \cdot (100^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C})] \\
 &\quad + [Q_W + c_2 \cdot (26^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})] \\
 c_1 \cdot (100^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C}) &= c_2 \cdot (26^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})
 \end{aligned}$$

Die letzte Gleichung kann man auch so verstehen: Die Wärme, die aus dem Metallklotz gekommen ist, steckt nun im erwärmten Wasser. Wenn wir noch mehr über die Konstanten c_i erfahren haben, können wir auf diese Weise indirekt bestimmen, wie viel Wärmeenergie in welchen Teilen des Systems ist.

3.3.4 Wärmekapazität

Wie viel Wärmeenergie ΔQ muss man einem Körper zuführen, um eine bestimmte Temperaturänderung ΔT zu erreichen? Dieses Verhältnis heißt

Tabelle 3.3: Verteilung der Wärmeenergie vor und nach Erreichen des Gleichgewichtszustandes.

³ Hoffentlich! Dieser Ansatz beruht auf der Annahme, dass zwischen Wärme und Temperatur ein linearer Zusammenhang besteht. Für viele Materialien stimmt das in guter Näherung; mehr dazu im nächsten Abschnitt.

Material	c [kJ/kg·K]
Wasser (20 °C)	4,18
Ethanol	2,43
Luft	1,01
Aluminium	0,90
Eisen	0,45

Tabelle 3.4: Spezifische Wärmekapazität einiger Stoffe.

(absolute) **Wärmekapazität:**

$$K = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad [K] = \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (3.2)$$

Ein großer Körper wird mehr Energie brauchen, um erwärmt zu werden, als ein kleiner. Die Wärmekapazität ist also eine *extensive* Größe. Es ist sinnvoll, zusätzlich eine *intensive* Größe zu definieren, die **spezifische Wärmekapazität:**

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m} \quad [c] = \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kg}} \quad (3.3)$$

Die spezifische Wärmekapazität ist eine Materialeigenschaft, aber sie ist nur innerhalb gewisser Grenzen konstant. Tabelle 3.4 zeigt einige Werte von gebräuchlichen Materialien.

ANWENDUNG

Wasser hat unter allen bei Raumtemperatur festen und flüssigen Stoffen die **höchste Wärmekapazität**. Das ist bemerkenswert, denn unser Planet ist zufällig recht üppig mit Wasser ausgestattet. Die Bedeutung dieses riesigen Wärmepuffers für das Klima und die Entstehung von Leben ist enorm.

3.3.5 Phasenübergänge und latente Wärmen

Zwischen Molekülen gibt es **Anziehungskräfte**.⁴ Dadurch ist es für die Moleküle »günstiger«, sich nah beieinander aufzuhalten (wie in Feststoffen und Flüssigkeiten); sie sind dann in einem energetisch niedrigeren Zustand. Will man diese Bindung wieder aufbrechen, muss man die einst frei gewordene Energie wieder zuführen. Darum kostet Schmelzen und Verdampfen Energie – und zwar gar nicht wenig, wie die folgende Abbildung zeigt:

⁴ ...und bei kleinen Abständen auch abstoßende Kräfte – sonst würde alle Materie einfach ineinander kollabieren.

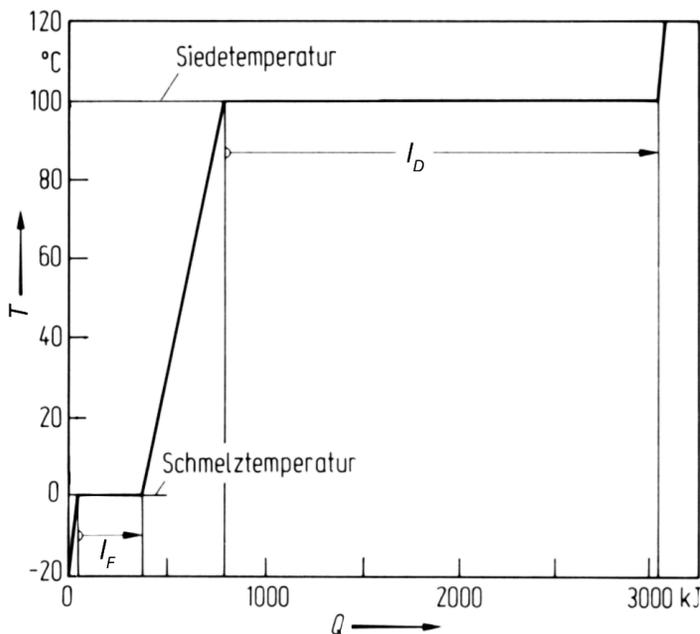


Abbildung 3.4: 1 kg Eis wird kontinuierlich erhitzt, dabei verändert sich die Temperatur T in Abhängigkeit von der zugeführten Wärme Q .

Die Energie, die benötigt wird, um 1 kg Wasser, welches schon Siedetemperatur hat, in Dampf zu verwandeln, heißt **spezifische Verdampfungswär-**

me l_D . Die spezifische Verdampfungswärme von Wasser ist außergewöhnlich groß: Obwohl Wasser auch eine große spezifische Wärmekapazität hat, ist die Verdampfungswärme fast 7-mal so groß wie die Wärme, die benötigt wird, um Wasser von Raumtemperatur zum Sieden zu bringen. Analog für den Übergang von Eis zu Wasser: Die Energie, die benötigt wird, um 1 kg Eis mit $T = 0\text{ °C}$ zu schmelzen, heißt **spezifische Schmelzwärme** l_F . Diese beiden Größen nennt man auch **latente Wärmen**, weil die Energie im Aggregatzustand »verborgen« ist.

Wenn das Wasser Schmelz- oder Siedetemperatur erreicht, liegt es in zwei Aggregatzuständen gleichzeitig vor, bis die nötige Schmelz- bzw. Verdampfungswärme zugeführt wurde. Die Temperatur ändert sich dann nicht, obwohl Wärmeenergie zugeführt wird.

ANWENDUNG

Natürlich ist die Sache mit den **Phasenübergängen** nicht ganz so einfach wie in Abb. 3.4 dargestellt. Der (Partial-)Druck in der Umgebung spielt eine große Rolle, und Wasser kann schließlich auch verdunsten, ohne dass es vorher kocht! Durch geschicktes Ausnutzen dieser Effekte kann man über den Aggregatzustand Energie dahin transportieren, wo man sie haben möchte, z.B. »Hauptsache weg«. So funktioniert die Temperaturregulation unseres Körpers: Schweiß verdunstet im Wind und kühlt dabei die darunterliegende Haut. Kühlschränke funktionieren ähnlich, aber die Kühlflüssigkeit befindet sich in einem geschlossenen Kreislauf (siehe Abb. 3.5).

Wasser ist auch bei den latenten Wärmen der unangefochtene Spitzenreiter: Von allen bei Raumtemperatur festen oder flüssigen Stoffen hat es die größte spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme. Wäre dem nicht so, würden Gewässer, Gletscher, die Polkappen etc. sehr viel empfindlicher auf Temperaturänderungen reagieren.

3.3.6 Thermische Ausdehnung

Stoffe dehnen sich – meistens – aus, wenn ihre Temperatur steigt. Je höher die Temperatur, desto mehr Wärmeenergie, d.h. desto mehr Bewegungsenergie hat jedes Molekül. Welchen Abstand die Moleküle zueinander wählen, hängt in Flüssigkeiten und Feststoffen von den anziehenden und abstoßenden Kräften zwischen den Molekülen und von der Stärke der molekularen Bewegungen ab. Es ist also nicht überraschend, dass der Abstand sich bei insgesamt größerer Aktivität etwas vergrößert.

Wenn die Temperaturänderung nicht zu groß ist, ist die Ausdehnung annähernd linear.⁵ Man kann z.B. für die Änderung einer Länge schreiben:

$$l(T) = l(T_0) \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)] \quad (3.4)$$

Dabei ist $l(T_0)$ die Anfangslänge für eine Anfangstemperatur T_0 , und α ist der **Längenausdehnungskoeffizient**. Eine ähnliche Beziehung kann man auch für Volumina finden:

$$V(T) = V(T_0) \cdot [1 + \gamma \cdot (T - T_0)] \quad (3.5)$$

Der Koeffizient ist dann ein anderer, nämlich der **Volumenausdehnungskoeffizient** γ . Wenn man mit Gleichung 3.4 einen Würfel mit Kantenlänge

Latente Wärmen von Wasser:

$$l_D = 2257 \text{ kJ/kg}$$

$$l_F = 333,5 \text{ kJ/kg}$$

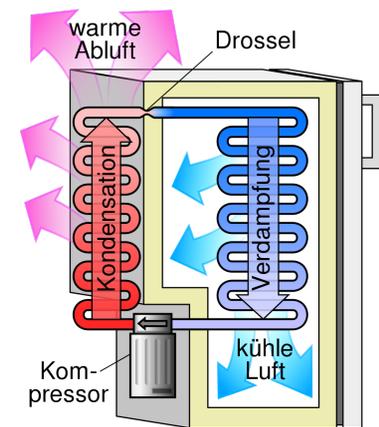


Abbildung 3.5: Kreislauf im Kompressorkühlschrank:

Flüssig, sehr kalt, geringer Druck.

Das Kühlmittel siedet im Verdampfer.

Gasförmig, kühl, geringer Druck.

Der Kompressor verdichtet das Gas.

Gasförmig, heiß, hoher Druck.

Im Verflüssiger gibt das Gas seine Energie an die Umgebung ab.

Flüssig, warm, hoher Druck.

Die Drossel reduziert den Druck.

⁵ Das ist überhaupt nichts Besonderes. Jede Funktion kann **linearisiert** werden (man bestimmt die Tangente, wobei deren Steigung einfach die Ableitung ist), und für kleine Änderungen in der Variable stimmt die Funktion gut mit der linearen Näherung überein. Das ist die zentrale Aussage der Differentialrechnung und der Grund, warum es scheinbar so viele lineare Zusammenhänge in der Physik und der Welt allgemein gibt. Nehmen Sie doch mal ihren grafischen Taschenrechner, plotten Sie eine beliebige »weiche« Funktion und zoomen Sie ganz nah an einen Punkt heran. Was sehen Sie? – eine Gerade. Das Ganze geht übrigens auch mit mehrdimensionalen Funktionen und geometrischen Körpern: Die Erde ist rund, aber aus der Nähe betrachtet ist Norddeutschland in guter Näherung eine Ebene.

l ausrechnet, aus dem Ergebnis alle Terme mit $[(T - T_0)]^2$ und $[(T - T_0)]^3$ streicht – denn wenn die Temperaturänderung klein ist, und das war die Voraussetzung, dann sind diese Terme noch kleiner – erkennt man, wie die Koeffizienten zusammenhängen:

$$\gamma = 3\alpha. \quad (3.6)$$

Es bleibt der geneigten Leserin überlassen, die Formel und den passenden griechischen Buchstaben für Änderungen von Flächen zu erraten.

ANWENDUNG

Wieder verdient Wasser eine lobende Erwähnung. Wasser hat seine höchste Dichte, also seine geringste Ausdehnung bekanntlich bei 4 °C. Damit das möglich ist, muss der Ausdehnungskoeffizient für Temperaturen unter 4 °C negativ werden! Die weitreichenden Konsequenzen dieser **Dichteanomalie** sollten hinlänglich bekannt sein: Gewässer frieren an der Oberfläche zu, die Temperatur am Grund von Gewässern ist konstant, daher kann überhaupt erst Leben entstehen, etc. pp. Man sollte wohl wirklich aufhören, sich über den ständigen Regen zu beschweren und sich stattdessen der wundervollen physikalischen Eigenschaften dieser besten aller Flüssigkeiten erfreuen.

Eisenbahnräder wurden früher auf die Antriebswellen und Achsen **aufgeschumpft**: Dabei wird das Rad erhitzt, wodurch es dank der thermischen Ausdehnung über die Welle passt, und dann abgekühlt. Dieses Verfahren hatte den Nachteil, dass bei einer Bremsung die Räder überhitzen konnten und sich dann (zumindest in Teilen) ablösten. Heute werden die Wellen einfach eingepresst.

3.3.7 Wirkungsgrad

Es gibt verschiedene Arten von Energie: Wärmeenergie, mechanische Energie, elektrische Energie, chemische Energie, ... Viele von diesen *makroskopisch* sehr unterschiedlichen Energieformen haben *mikroskopisch* die gleiche physikalische Grundlage. Dennoch gilt im Allgemeinen: Bei der Umwandlung von einer Energieform in die andere treten Verluste auf. Die Energie kann natürlich nicht vernichtet werden, aber sie verteilt sich meistens als Wärmeenergie in die Umgebung und ist dann nicht mehr nutzbar.

Der Wirkungsgrad η ist definiert als das Verhältnis zwischen nutzbarer und aufgewendeter Energie – wieviel kommt an von dem, was reingesteckt wird?

$$\eta = \frac{E_{\text{nutzbar}}}{E_{\text{aufgewendet}}} \quad (3.7)$$

Der Wirkungsgrad ist also *per definitionem* eine dimensionslose Zahl zwischen 0 und 1. Ein Wert > 1 würde ein sog. *Perpetuum Mobile 1. Art* bedeuten; eine Maschine, die Energie »aus dem Nichts« erschafft. Das würde aber gegen das Prinzip der Energieerhaltung verstoßen.

	η [%]
Kernkraftwerk	33
Solarzelle	5-27
Kohlekraftwerk	25-50
Brennstoffzelle	20-60
Fahrraddynamo	20-65
Glühlampe	3-5
LED	25-40
Gasherd	30-40
Elektroherd	50-60
Lagerfeuer	<15
Wasserkocher	bis zu 98
Photosynthese	35
Biolumineszenz	bis zu 95
Muskulatur	0-30

Tabelle 3.5: Beispielhafte Wirkungsgrade. Welche Energieformen am Eingang und am Ausgang des jeweiligen Prozesses stehen, sollte sich aus dem Kontext erschließen.

3.4 Rechenaufgaben

1. Wieviel Energie braucht man, um 1 kg Eis von 0 °C auf 100 °C zu erhitzen? Wieviel ist es, wenn man Schmelzwasser (ebenfalls 0 °C) dafür nimmt? Der benutzte Gaskocher hat bei Windstille einen Wirkungsgrad von $\eta = 0,5$. Nehmen Sie an, dass die Wärmekapazität von Wasser konstant bei $c_w = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ liegt.
2. Tim ist Biologiestudent und koffeinsüchtig. Leider ist das Bimetall in seinem Wasserkocher schon älter und schaltet den Wasserkocher nicht mehr zuverlässig ab. Eines Tages setzt Tim Leitungswasser ($T = 20 \text{ °C}$) für Kaffee auf und verlässt die Küche, um sich weiter in ein spannendes Physik-Skript zu vertiefen. Das Wasser kocht nach 5 min. Später kommt Tim in die Küche – alles ist voller Dampf, der Wasserkocher leer und kurz vorm Überhitzen! Wie lange war Tim mindestens weg?
3. Ein Kohlekraftwerk hat einen Wirkungsgrad von $\eta_1 = 0,7$. Tims Wasserkocher hat einen Wirkungsgrad von $\eta_2 = 0,9$. Wie groß ist der Wirkungsgrad für das gesamte System »ab Kohle«?

Der Wasserkocher wird sicherlich irgendeine Leistung $P = \frac{Q}{t}$ haben. Welche, sollte unerheblich sein, sonst wäre der Wert in der Aufgabe gegeben.

3.5 Kontrollfragen

- Wie ist die spezifische Wärmekapazität definiert und welche Einheit hat sie?
- Ist die Dichte eine intensive oder eine extensive Größe?

3.6 Experimentelle Aufgaben

3.6.1 Thermische Längenänderung

Metall dehnt sich bei hohen Temperaturen aus. Dieser Effekt ist mit dem bloßen Auge nicht erkennbar, aber mit einer hochempfindlichen Messuhr lässt er sich messen. In diesem Versuch benutzen Sie ein Badthermostat, um ein dünnes Metallrohr zu temperieren, und messen die Änderung seiner Länge.

Geräte: Thermostat, Einspannvorrichtung mit Messuhr, Metallrohr, Messstab

Gemessene Größen: Längenänderung $\Delta l(T)$.

Varierte Größen: Temperatur T in 20°C-Schritten bis ca. 80 °C.

Gegebene Größen: Länge des Metallstabs $l = 600 \text{ mm}$.

Durchführung:

- Es gibt zwei Aufbauten mit verschiedenen Materialien. Wählen Sie einen davon; die Werte für das zweite Material können Sie von Ihren Kommilitoninnen übernehmen.
- Vergewissern Sie sich, dass der Thermostat richtig angeschlossen ist. Das sollte von der technischen Assistenz gemacht worden sein.

Achtung! Falls der Alarm des Thermostaten losgeht und nicht klar ist, worin das Problem besteht, sofort den Stecker ziehen, dann Hilfe holen!

- Stellen Sie den Thermostaten auf eine Temperatur unter Raumtemperatur. Dann heizt er nicht.
- Während der Thermostat Wasser durch das Rohr pumpt, gleicht sich die Temperatur an. Sobald sie sich nicht mehr ändert, stellen Sie die Skala der Messuhr auf die Nullstellung. Lesen Sie die Temperatur am Thermometer ab (nicht am Thermostat) – das ist der erste Messpunkt. Nun stellen Sie eine um etwa 20 °C höhere Temperatur ein und wiederholen den letzten Schritt, bis 80 °C erreicht sind.

3.6.2 Wärmeleitung

Ein Ende eines Kupferrohres steht in flüssigem Stickstoff, das andere wird elektrisch beheizt. Dazwischen nimmt die Temperatur verschiedene Werte an. Dieser Verlauf soll gemessen und dargestellt werden, und die dafür benutzten Temperatursonden (Pt-100) sollen im Vorfeld selbst kalibriert werden.

Geräte: Temperatursensor, Multimeter, Isoliergefäße, Kälte- und Wärmequelle, Metallstab mit Messbohrungen.

Gemessene Größen: Widerstand des Pt-100 an der n -ten Messbohrung R_n , Widerstand für drei bekannte Temperaturen $R(T_i)$.

Varierte Größen: Ort der Messung – Messbohrung Nr. n (ings. 46).

Gegebene Größen: Abstand zwischen zwei Messpunkten $d = 2$ cm, Temperatur von ...

... siedendem Stickstoff: $T_1 = -195,8^\circ\text{C}$

... Eiswasser: $T_2 = 0^\circ\text{C}$

... siedendem Wasser: $T_3 = 100^\circ\text{C}$

Kalibrierung: Die Temperatursonden vom Typ Pt-100 haben einen Widerstand, der sich (in guter Näherung) linear mit der Temperatur verändert. Um sie zu kalibrieren, braucht man mindestens zwei Messungen mit bekannter Temperatur. Messen Sie daher den Widerstand **in Eiswasser und in kochendem Wasser**.

Durchführung: Messen Sie den Widerstand der Pt-100 direkt mit einem **Multimeter** (die Messgenauigkeit des Multimeters ist unerheblich). Im kalten Teil des Aufbaus sind die Messsonden fest verbaut, weil sie festfrieren; im warmen Teil muss ein Sensor umgesteckt werden. Dafür ist eine komfortable **Stecktafel** vorhanden.

3.6.3 Wirkungsgrad

Wie viel von der elektrischen Energie, die man in eine Herdplatte steckt, kommt in dem Wasser an, das man auf ihr kocht? Dieses Verhältnis ist der Wirkungsgrad η . Er soll hier mit einem handelsüblichen »Powermeter« für die Steckdose gemessen werden. Messen Sie entweder mit oder ohne Deckel und erfragen Sie die verbleibenden Messwerte bei einem anderen Team.

Tipp: Bei diesem Versuch bringen Sie Wasser zum Kochen, welches Sie für den Versuch 3.6.4 direkt weiterverwenden können.

Geräte: Kochplatte, Topf mit Deckel, Powermeter, Temperatursonde PT-100, Stoppuhr.

Gemessene Größen: Masse des eingefüllten Wassers m_w , aufgenommene Leistung der Herdplatte P , Wassertemperatur vorher T_0 , Zeit bis die Wassertemperatur 40 °C beträgt t_{40} , Zeit bis zum Sieden t_{100} .

Gegebene Größen: Spezifische Wärmekapazität von Wasser $c_w = 4,182\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Durchführung:

- Befüllen Sie den Topf mit destilliertem Wasser und bestimmen Sie dessen **Masse**.
- Messen Sie die **Temperatur** des Wassers. Bereiten Sie auch die **Stoppuhr** vor.
- Schalten Sie nun die Herdplatte auf die **maximale Leistung** und starten Sie die **Zeitmessung**.
- Notieren Sie die aufgenommene **Leistung**. Kontrollieren Sie ständig die Wassertemperatur. Notieren Sie die **Zeit bis zu einer Temperatur von 40 °C** , ohne die Messung zu stoppen.⁶
- Notieren Sie auch die **Zeit bis zum Kochen** des Wassers.

3.6.4 Spezifische Wärmekapazität eines Festkörpers

In diesem Versuch soll die spezifische Wärmekapazität c eines Metalls bestimmt werden. Dazu wird gemessen, um wie viel ein heißer Metallklotz einen Becher Wasser erwärmen kann.

Geräte: Kalorimetergefäß, Thermometer, Kochgefäß, Festkörper (Metallklotz).

Gemessene Größen: Wassertemperatur vorher T_1 und nachher T_2 , Masse des eingefüllten Wassers m_w , Masse des Metallkörpers m_M .

Gegebene Größen: Temperatur von kochendem Wasser $T_k = 100\text{ °C}$, (absolute) Wärmekapazität des Kalorimeters $K_k = (90 \pm 60)\text{ J/K}$.

Durchführung:

- **Kochen Sie den Metallklotz** auf der Induktionsherdplatte, wie Sie eine Kartoffel kochen würden. Der Klotz liegt dabei auf einem gebogenen Netz. Während das Wasser kocht, können Sie schon das Kalorimeter vorbereiten:
- Stellen Sie das Kalorimeter auf die **Waage** und tarieren Sie sie. Füllen Sie das Kalorimeter nun zu etwa $2/3$ mit destilliertem Wasser und wiegen Sie das so befüllte Kalorimeter.
- Der Metallklotz sollte nun mindestens fünf Minuten im kochenden Wasser gelegen haben und dessen Temperatur angenommen haben. Er muss nun möglichst schnell vom Topf in das Kalorimeter befördert werden, **allerdings darf er auf keinen Fall in das Kalorimeter fallen!**

⁶ Dazu betätigen Sie nicht den Start-/Stop-Knopf, sondern den anderen, »Split/Reset«. Die gestoppte Zeit wird angezeigt, aber die Stoppuhr läuft im Hintergrund weiter. Ein weiterer Druck auf den selben Knopf kehrt zur aktuellen Zeitmessung zurück. Probieren Sie das am besten vorher aus!

Tipp: Es bietet sich an, zunächst Versuch 3.6.3 zu machen, bevor Sie diesen Versuch starten.



Lieber etwas langsamer, aber überlegt handeln. Tupfen Sie das am Klotz anhaftende Wasser zuvor mit einem Küchentuch kurz ab. Hängen Sie den Metallklotz mit dem Draht an den Plastikstab und legen Sie letzteren auf den Rand des Kalorimeters.

- Warten Sie einige Zeit, bis der Metallklotz das ihn umgebende Wasser erwärmt hat. Kontrollieren Sie mit dem **Thermometer**, ob die Temperatur schon konstant ist, ggf. können Sie auch vorsichtig etwas umrühren.
- Notieren Sie die **Endtemperatur**.

3.6.5 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser

Wenn Wasser kocht, verdampft es nicht plötzlich. Obwohl es schon die Siedetemperatur hat, dauert es noch sehr lange (bei steter Energiezufuhr, z.B. in einem Wasserkocher), bis das Wasser vollständig verdampft ist. Das liegt an der großen spezifischen Verdampfungswärme von Wasser.

Ein raffinierter Aufbau erzeugt Wasserdampf mit einer Temperatur von gerade 100 °C. Dieser wird in ein Kalorimeter mit Wasser geleitet und kondensiert dort. Vor allem die dabei abgegebene Kondensationswärme – die genau den gleichen Betrag hat wie die Verdampfungswärme – sorgt dafür, dass sich das Wasser im Kalorimeter erwärmt. Daraus kann man später mit einer Energiebilanz die Verdampfungswärme berechnen.

Geräte: Kalorimetergefäß, Thermometer, Kochgefäß mit Dampfrohr (Schlauch), elektrische Heizplatte.

Gemessene Größen: Wassertemperatur vorher T_1 und nachher T_2 , Masse des Wassers im Kalorimeter vorher m_1 und nachher m_2 .

Gegebene Größen: Temperatur des Dampfes $T_M = 100\text{ °C}$, (absolute) Wärmekapazität des Kalorimeters $K_K = (90 \pm 60)\text{ J/K}$.

Durchführung:

- Füllen Sie das Kalorimeter zu mindestens 2/3 mit destilliertem Wasser. Wiegen Sie das eingefüllte Wasser – ggf. müssen Sie dafür auch die Masse des leeren Kalorimeters bestimmen, weil andere Gruppen an der gleichen Waage arbeiten.
- Messen Sie die Wassertemperatur.
- Schieben Sie das Kalorimeter an das Kochgefäß und tauchen Sie das Ende des Auslassschlauches in das Wasser im Kalorimeter. Das Schlauchende muss einige Zentimeter in das Wasser eintauchen. Dieser Vorgang sollte nicht unnötig lange dauern, weil die Messung sonst verfälscht wird.
- Kontrollieren Sie die Temperatur im Kalorimeter. Bei etwa 70-80 °C können Sie abbrechen.
- Nehmen Sie den Schlauch – einigermaßen zügig – aus dem Kalorimeter, rühren Sie noch einmal vorsichtig um und messen Sie dann die Endtemperatur.

- Anschließend messen Sie noch die Masse des Wassers im Kalorimeter. Sie hat sich durch den kondensierten Wasserdampf etwas erhöht. Falls Sie die Waage tariert hatten und sie es nun nicht mehr ist, müssen Sie auch die Masse des leeren (und trockenen!) Kalorimeters bestimmen.

3.6.6 Wärmekamera

- Suchen Sie ein Lebewesen oder einen Gegenstand mit einer Temperatur zwischen -40 und 200 °C und richten Sie die Kamera darauf.
- Nehmen Sie ein oder mehrere Bilder auf und fügen Sie mindestens eins dieser Bilder später in Ihr Protokoll ein. Beschreiben Sie kurz, was in dem Bild zu sehen ist. Die Tutorin kann Ihnen die Bilddateien schicken, falls Sie keinen Speicherstick dabei haben.

3.7 Wie geht es weiter?

- Es gibt **kein Musterprotokoll**, aber Hinweise zur Auswertung, siehe nächster Abschnitt.
- Es gibt wieder eine **Checkliste** zur Selbstkontrolle. Gehen Sie diese Liste am Ende zusammen durch und unterschreiben Sie anschließend beide, dass das Protokoll den genannten Ansprüchen genügt. **Nehmen Sie diesen Schritt ernst!** Falls Ihr Ergebnis nicht vollständig und plausibel im Sinne der dort aufgeführten Punkte ist, müssen Sie zumindest die Tutorin im Vorfeld per E-Mail kontaktiert haben – andernfalls wird ein solches Protokoll *nicht* testiert.

3.8 Hinweise zur Auswertung

3.8.1 Thermische Längenänderung

Tragen Sie die relative Längenänderung Δ/l über der Temperatur auf. Die Steigung ist der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient α . Um sie zu ermitteln, machen Sie eine lineare Regression im Diagramm und lassen die Formel anzeigen. Ermitteln Sie den Fehler der Regression, wie in Abschnitt 1.7.4 beschrieben.

Finden Sie auch Literaturdaten und vergleichen Sie ihr Ergebnis. Welches Material lag wohl vor?

3.8.2 Wärmeleitung

1. Kalibrierung

Erstellen Sie ein Diagramm, in dem Sie die drei Messwerte mit bekannten Temperaturen auftragen. Machen Sie eine lineare Regression und lassen Sie sich die Gleichung darstellen. Sie brauchen eine Kalibrierfunktion in dieser Form:

$$T(R) = T_0 + a \cdot R \quad (3.8)$$

mit Konstanten T_0 und a . Welche Einheiten haben diese?

Einen **linearen Verlauf** können Sie für $T(x)$ nicht erwarten – die Wärmestrahlung des Rohres und die Konvektion der umgebenden Luft transportieren Wärme ab; die Eiskristalle, die einen Teil des Rohes bedecken, haben eine gewisse Isolationswirkung. Können Sie vielleicht sogar entsprechende Abschnitte im Verlauf erkennen?

2. Rechnen Sie nun mit der Kalibrierfunktion alle gemessenen Widerstände in Temperaturen um. Der Abstand zwischen zwei Messpunkten beträgt 2 cm, sodass sie die Nummer der Messpunkte in eine Ortskoordinate x umrechnen können. Machen Sie ein Diagramm, in dem Sie T über x auftragen. Eine Fehlerrechnung ist hier nicht sinnvoll.

3.8.3 Spezifische Wärmekapazität eines Festkörpers

Stellen Sie eine Energiebilanz auf für den Zustand *vor* und *nach* dem Einbringen des Metallklotzes. Berücksichtigen Sie dabei auch die kleine, aber nicht unerhebliche Wärmekapazität des Kalorimeters:

Wärmeenergie im...	Vorher	Nachher
Metallklotz	$Q_{M,0} + m_M \cdot c_M \cdot T_M$	$= Q_{M,0} + m_M \cdot c_M \cdot T_2$
Wasser	$+Q_{W,0} + m_W \cdot c_W \cdot T_1$	$+Q_{W,0} + m_W \cdot c_W \cdot T_2$
Kalorimeter	$+Q_{K,0} + K_K \cdot T_1$	$+Q_{K,0} + K_K \cdot T_2$

Tabelle 3.6: Energiebilanz für die Abkühlung des Metallklotzes im Wasser.

Addieren Sie alle Terme eines Zustands und setzen Sie beide gleich. Stellen Sie nach c_M um.

Bei der Berechnung der Zahlenwerte hilft Ihnen die zu diesem Versuchstag bereitgestellte **Excel-Tabelle**. Dadurch entfällt auch die **Fehlerrechnung**.

3.8.4 Spezifische Verdampfungswärme von Wasser

Stellen Sie wieder eine Energiebilanz auf. Im Vergleich zum vorangehenden Versuch kommt ein zusätzlicher Term ins Spiel: die Energie, die in der Gasphase des Wasserdampfes steckt. Wenn der Dampf kondensiert, verschwindet auch dieser Term – die Energie verteilt sich auf das Wasser und bewirkt eine Erhöhung der Temperatur.

	Vorher	Nachher
Verdampfungswärme	$l_D \cdot m_D$	0
Wärmeenergie im (kondensierten) Dampf	?	?
Wärmeenergie im Wasser	?	?
Wärmeenergie im Kalorimeter	?	?

Tabelle 3.7: Energiebilanz für die Abkühlung des zugeführten Dampfes im Wasser.

Setzen Sie dann beide Seiten gleich und isolieren Sie l_D .

Bei diesem Versuch können Sie mit einer ziemlich guten Genauigkeit messen! Berechnen Sie die Fehlerfortpflanzung, um sich selbst von der Qualität Ihres Ergebnisses zu überzeugen. Alle Massen können Sie als fehlerfrei annehmen. Tun Sie sich selbst einen Gefallen und nutzen Sie für die Rechnung eine Excel-Tabelle wie in 3.8.3. Nehmen Sie für c_w einen konstanten Wert an. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert.

3.8.5 Wirkungsgrad

Berechnen Sie die Energie, die das Wasser bei der jeweiligen Temperaturdifferenz aufgenommen hat, sowie die Energie, die die Herdplatte in der gegebenen Zeit aufgenommen hat. Der Quotient aus beiden ist der Wirkungsgrad. Vergleichen Sie auch mit den gegebenen Literaturdaten! Stellen Sie die Ergebnisse in einer Tabelle dar. Entscheiden Sie selbst, wie Sie den Fehler abschätzen wollen. Welche Messunsicherheiten sind bekannt, welche nicht?

4 Elektrizität

Inhalt

4.1 Einleitung	64
4.2 Was ist vorher zu tun?	64
4.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	64
4.3.1 Messgrößen in der Elektrizitätslehre	64
4.3.2 Kirchhoffsche Knotenregel	66
4.3.3 Kirchhoffsche Maschenregel	66
4.3.4 Gesamtwiderstand	67
4.3.5 Kondensatoren	68
4.4 Rechenaufgaben	70
4.5 Kontrollfragen	70
4.6 Experimentelle Aufgaben	70
4.6.1 Ein Widerstand im Stromkreis	71
4.6.2 Kennlinie einer Glühlampe	71
4.6.3 Parallelschaltung / Knotenregel	72
4.6.4 Reihenschaltung / Maschenregel	73
4.6.5 Entladungskurve eines Kondensators (manuell)	73
4.6.6 Entladungskurve eines Kondensators (mit Oszilloskop)	76
4.7 Wie geht es weiter?	77
4.8 Hinweise zur Auswertung	78
4.8.1 Ein Widerstand im Stromkreis	78
4.8.2 Kennlinie einer Glühlampe	78
4.8.3 Parallelschaltung / Knotenregel	78
4.8.4 Reihenschaltung / Maschenregel	78
4.8.5 Entladungskurve eines Kondensators (manuell)	78
4.8.6 Entladungskurve eines Kondensators (mit Oszilloskop)	78

4.1 Einleitung

Einem physikalischen Konzept wie z.B. der Oberflächenspannung messen wir keine besonders große Bedeutung für unseren Alltag bei (wären wir Wasserflöhe, wäre das sicherlich anders). Aber wie ist es mit Elektrizität? Obwohl unser Leben maßgeblich von elektrischen Geräten bestimmt wird und ohne sie kaum noch denkbar wäre,¹ sind die meisten von uns reine Anwender, und viele verstehen nicht einmal die grundlegenden Konzepte der Elektrizität.

Das endet heute. Sie werden an diesem Versuchstag die wichtigsten Prinzipien der Elektrizitätslehre *hands-on* nachvollziehen und machen sogar Bekanntschaft mit einem der vielseitigsten Messgeräte für das 21. Jahrhundert: dem **Oszilloskop**.

¹ Spielen Sie diesen Gedanken einmal durch: Krankenhäuser ohne Strom, Logistikunternehmen ohne Möglichkeit zur Kommunikation (und Supermärkte mit fast keiner Lagerhaltung), die Anonymität einer Großstadt ohne Nachtbeleuchtung...

4.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Sorgen Sie dafür, dass Sie den **Theorieteil** verstanden haben! Falls Ihnen Grundlagen fehlen, ist es in Ihrer Verantwortung, diese aufzuarbeiten. Gute Lehrmaterialien zu diesen Themen findet man problemlos im Internet.
- Fertigen Sie **Messwerttabellen** an (im Team), achten Sie dabei auf das korrekte Format und lassen Sie ggf. Details (Einheiten) zunächst frei.
- Lösen Sie die **Rechenaufgaben** (im Team). Sie werden am Versuchstag kontrolliert.
- Schauen Sie sich die **Kontrollfragen** an! In der Vorbesprechung müssen Sie in der Lage sein, sie zu beantworten, sonst dürfen Sie nicht am Praktikum teilnehmen und müssen den Versuchstag nachholen.

4.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

4.3.1 Messgrößen in der Elektrizitätslehre

In der Elektrizität hat man es mit einer Reihe von physikalischen Größen zu tun, die man meistens nur dort antrifft. Wir führen hier als Erinnerung und systematische Einführung die wichtigsten auf.

Ohne Ladung q gäbe es keine Elektrizität. Sie ist eine Eigenschaft von Teilchen: Manche haben eine positive Ladung (z.B. Protonen), manche eine negative (z.B. Elektronen), manche gar keine (Neutronen, Photonen...). Praktischerweise hat die Ladung von Elektronen und Protonen den gleichen Betrag, nämlich $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (die sog. **Elementarladung**).

Die Einheit der Ladung heißt »Coulomb«. 1 C ist recht viel, denn es ist selten, dass so viel Ladung *getrennt* vorliegt. Die Materie, aus denen wir und unsere Welt bestehen, ist zwar größtenteils geladen, aber die Ladungen gleichen sich gegenseitig aus; Atome sind daher im Normalfall nach außen *elektrisch neutral*.

Üblicherweise schreibt man für die Ladung eines einzelnen Teilchens ein kleines q , für die Gesamtladung von irgendetwas einen Großbuchstaben Q .

Elektrischer Strom ist bewegte Ladung pro Zeit:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (4.1)$$

Meistens sind es die Elektronen, die sich bewegen – Sie könnten sich also an einem Draht aufstellen und die Elektronen zählen, die dort in einer bestimmten Zeit vorbeifliegen; anschließend teilen Sie die gesamte vorbeigeflogene Ladung durch die Zeit und erhalten den Strom. Echte Strommessgeräte, sog. *Ampere*meter, funktionieren natürlich anders – apropos, die Einheit der Stromstärke ist das *Ampere*: $[I] = \text{A}$. Zur Orientierung: Bei 16A fliegt eine normale Haushaltssicherung raus.

Die Spannung U wird in Volt gemessen. Vielleicht wissen Sie, dass die Netzspannung in Deutschland bei ca. 230V liegt und eine Gefahr für Leib und Leben darstellt, im Gegensatz beispielsweise zu USB-Kabeln (5V), Autobatterien (12V) oder Akkuschraubern (ca. 12–18V). Spannung ist das, was elektrischen Strom zum Fließen bringt: Es kann zwar eine Spannung anliegen, ohne dass ein Strom fließt (in einer freien Steckdose zum Beispiel); aber es fließt kein Strom, ohne dass eine Spannung anliegt.²

Spannung ist definiert als **Potentialdifferenz**. Sie besteht daher immer *zwischen zwei Punkten* (nie an einem Punkt). Auf ein geladenes Teilchen, das (nicht zu schnell) vom einen Punkt zum anderen fliegt, wirkt auf dem Weg die elektrostatische Kraft. Das Teilchen gewinnt dabei eine bestimmte Energie, die nur von Anfangs- und Endpunkt abhängt – nicht vom Weg dazwischen!³ Diese Energiedifferenz pro Ladung ist die Spannung:

$$U = \frac{\Delta E}{q} \quad (4.2)$$

Am besten stellen Sie sich ein Potential wie ein Gebirge vor: In einem Gebirge hat jeder Punkt auf der Karte eine bestimmte Höhe; in einem Potential hat jeder Punkt auf der Welt eine bestimmte Energie.

Der Widerstand ist definiert als Spannung pro Stromstärke:

$$R = \frac{U}{I} \quad (4.3)$$

Diese Formel heißt auch »**Ohmsches Gesetz**«, aber sie ist eigentlich kein Naturgesetz, sondern nur eine Definition. Bauteile, deren Widerstand R in einem bestimmten Bereich konstant ist, heißen »ohmsche Widerstände«, für sie gilt $R = \frac{U}{I} = \text{const.}$, für alle anderen Bauteile gilt $R(U) = \frac{U}{I(U)}$. Formel 4.3 stellt eine Frage: »Wieviel Spannung muss ich anlegen, um eine bestimmte Stromstärke zum Fließen zu bringen?« Je mehr Spannung man braucht, desto größer ist der Widerstand. Die Einheit des Widerstandes ist das *Ohm*: $[R] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$.

Kein Bauteil ist für alle Spannungen ein ohmscher Widerstand. Technische Widerstände (also die kleinen Bauteile in Schaltungen) sollen für alle vorgesehenen Betriebsspannungen konstant sein, bei Glühlampen steigt der Widerstand mit der Spannung (bzw. mit der Temperatur) und wieviel Strom durch LEDs fließt, hängt so stark von der Spannung ab, dass diese mit einem Regelkreis eingestellt werden muss.

Preisfrage: Warum können Sie die Elektronen nicht sehen?

- (A) Sie sind zu klein.
- (B) Sie sind zu schnell.
- (C) Licht funktioniert nicht so.
- (D) (alle drei obigen Antworten)

² Eine Ausnahme gibt es schon: Bei extrem niedrigen Temperaturen verschwindet der Widerstand (s.u.) mancher Materialien vollständig. Wenn man dann einen Strom zum Fließen bringt (mit einer Spannung, natürlich), fließt er quasi unbegrenzt weiter – jahrelang!

³ Kraftfelder, in denen die Energie nur vom Ort abhängt, nennt man *konservativ*. Elektrische Felder sind konservativ, Magnetfelder nicht. Eigentlich sind beide ohnehin zwei Aspekte einer Kraft – die Relativitätstheorie vereint sie wieder.

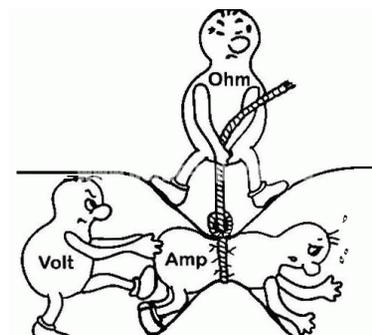


Abbildung 4.1: Eine populäre Darstellung des Ohmschen Gesetzes.

Kapazität C ist ein Maß für die Fähigkeit eines **Kondensators**, Ladung zu trennen. Ein Kondensator besteht im einfachsten Fall aus zwei Metallplatten, die mit etwas Abstand parallel voneinander stehen. Legen Sie an diese Platten eine Spannung an, wird die eine Platte positiv, die andere negativ geladen. Je größer der so erzeugte Ladungsüberschuss (pro Spannung), desto größer ist die Kapazität dieses Kondensators:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (4.4)$$

Die Einheit der Kapazität ist nach MICHAEL FARADAY benannt und wird im Deutschen auf der zweiten Silbe betont: Das *Farad*, Formelzeichen F.

4.3.2 Kirchhoffsche Knotenregel

Elektrischer Strom besteht fast immer aus Elektronen, die sich bewegen. Elektronen sind stabil; sie können nicht einfach entstehen oder verschwinden.⁴ Ein Elektron, das in eine Kreuzung zwischen mehreren Drähten hineinfliegt – einen *Knoten* –, sollte also auf einem der anderen Drähte wieder aus dem Knoten herauskommen. So weit einverstanden?

Erweitern wir diese Erkenntnis noch etwas: Alle Ströme, die in den Knoten hineinfließen, müssen an anderer Stelle auch wieder herausfließen. Für die Situation in Abbildung 4.2 könnte man das so aufschreiben:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

Man kann auch festlegen, dass das Vorzeichen der Stromstärke eine Bedeutung erhält: Positive Ströme fließen in den Knoten hinein, negative hinaus. Damit bekommt die Kirchhoffsche Knotenregel ihre allgemeine Form:

$$\sum_i I_i = I_1 + I_2 + \dots = 0 \quad (4.5)$$

In einem Knotenpunkt eines elektrischen Netzwerkes ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme.

4.3.3 Kirchhoffsche Maschenregel

Stellen Sie sich vor, Sie sind Mountainbiker und haben sich für Ihren Aktivurlaub eine kleine Berghütte gemietet. Dort starten Sie morgens, fahren zunächst 800 m hinab ins Tal, dann 450 m bergauf bis zu einer kleinen Kapelle, weiter am Hang entlang, ... Am Abend finden Sie sich wieder bei der Berghütte ein. Sie werfen einen Blick in Ihre Fitness-App: Wenn alles mit rechten Dingen zugegangen ist, sollten die bergab gefahrenen Höhenmeter genau den bergauf gefahrenen entsprechen – denn was man runterfährt, muss man auch wieder hochkurbeln, oder?

Ein Potential ist wie ein Gebirge: Auf welcher Höhe bzw. auf welchem Energieniveau man sich befindet, hängt nur vom Ort ab; nicht davon, wie man dorthin gelangt ist. Stellen Sie sich nun vor, Sie haben eine *Testladung*, d.h. ein Elektron an einer kurzen Leine. Sie führen das Elektron durch eine elektrische Schaltung und spüren dabei, in welche Richtung das Elektron gezogen wird. Manchmal zieht das Elektron Sie nach vorne (z.B. bei einer Batterie), manchmal müssen Sie es hinter sich herziehen (z.B. bei einem

⁴ Genauer gesagt: Die durchschnittliche Lebensdauer eines Elektrons ist 4,7 Trillionen mal länger als die bisherige Lebensdauer unseres Universums.

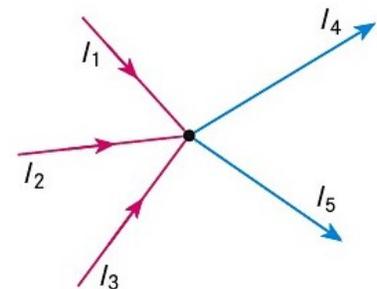


Abbildung 4.2: Ein Knoten und fünf Ströme I_i , die hinein- bzw. herausfließen.

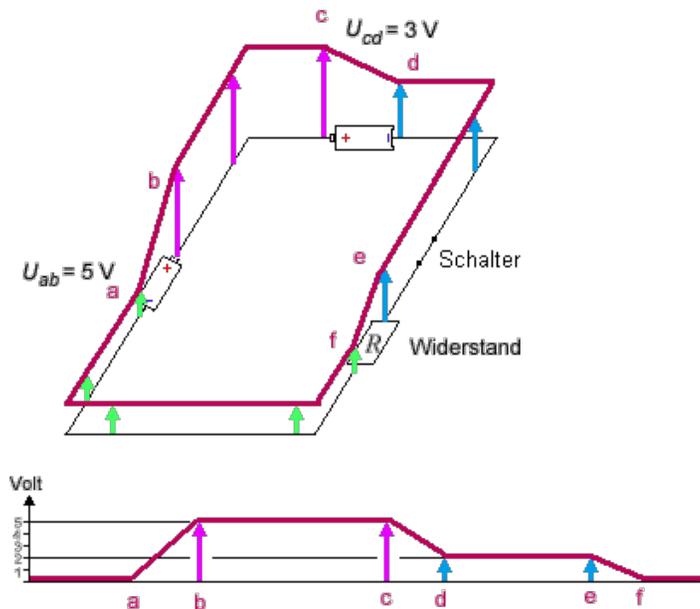


Abbildung 4.3: Potentialverlauf für einen Stromkreis (eine Masche) aus drei Bauelementen.

Widerstand oder einer falsch gepolten Batterie). Wenn Sie nach dem Spaziergang wieder an den gleichen Punkt zurückkehren, sollte das Elektron wieder auf dem gleichen elektrischen Energieniveau sein wie vor der Reise, d.h. die Potentialdifferenzen sollten sich zu Null addieren:

$$\sum_i U_i = U_1 + U_2 + \dots = 0 \quad (4.6)$$

Alle Teilspannungen einer Masche in einem elektrischen Netzwerk addieren sich zu null. Diese Formel gilt für beliebige Maschen (beliebige Rundgänge) in einem elektrischen Netzwerk – Sie können Ihren Spaziergang machen, wo Sie wollen, solange Sie am Ende wieder nach Hause zurückkehren.

4.3.4 Gesamtwiderstand

Oft möchten wir das Ohmsche Gesetz nicht auf einzelne Widerstände, sondern auf ganze Schaltungen anwenden. Uns interessiert daher der *Ersatz-* oder *Gesamtwiderstand* dieser Schaltung, welchen wir mithilfe der Kirchhoffschen Regeln bestimmen können. Die Schaltung verhält sich so, als würde sie nur aus diesem Widerstand bestehen.

Reihenschaltung: Eine Reihenschaltung bildet (zusammen mit der Spannungsversorgung) eine **Masche**. Die Spannungen addieren sich nach Gleichung 4.6 also zu Null. Gleichzeitig muss der Strom nacheinander durch alle Widerstände fließen (wo soll er sonst hin?), die Stromstärke ist also die gleiche:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 \\ I &= I_1 = I_2 \\ R &= \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = R_1 + R_2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

In einer Reihenschaltung addieren sich die Widerstände. Das gilt auch, wenn mehr als zwei Widerstände in Reihe geschaltet sind.

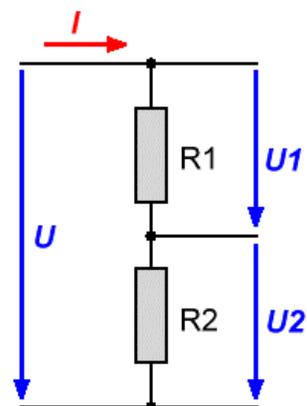


Abbildung 4.4: Eine einfache Reihenschaltung.

Parallelschaltung: Eine Parallelschaltung hat mehrere Maschen, aber es gibt einen **Knoten** (in Abbildung 4.5 grün eingekreist), auf den man die Knotenregel (Gleichung 4.5) anwenden kann. Der Strom I teilt sich an diesem Knoten auf zwei Teilströme I_1 und I_2 auf, deren Summe wieder I ergeben muss. Da die Anschlüsse beider Widerstände verbunden sind, liegen sie auf dem gleichen Potential, über beiden fällt also die gleiche Spannung ab. Insgesamt haben wir:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ U &= U_1 = U_2 \\ \frac{1}{R} &= \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

In einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Widerstände. Dies gilt für eine beliebige Zahl von parallel geschalteten Widerständen.

4.3.5 Kondensatoren

Ein Kondensator besteht im einfachsten Fall aus zwei leitenden Platten, die sich in einem kleinen Abstand parallel voneinander befinden.⁵ Legt man eine Gleichspannung an die Platten an, so entsteht auf ihnen ein **Ladungsüberschuss** und zwischen ihnen ein **elektrisches Feld**. Kondensatoren können also Ladung speichern. Ihre Fähigkeit dazu wird durch ihre Kapazität C charakterisiert, vgl. 4.3.1 auf Seite 64.

Die Kondensatorplatten sind durch einen Isolator getrennt; es kann also kein Strom zwischen ihnen fließen. Allerdings fließt ein Strom *auf die Platten*, während der Kondensator geladen wird.⁶ Dieser Strom fließt so lange, bis das elektrische Feld im Kondensator die äußere Spannung ausgleichen kann. Der Kondensator ist nun **voll geladen**. Dieser Zustand bleibt auch erhalten, wenn die Spannungsquelle entfernt wird: Der Kondensator ist seine eigene Spannungsquelle.

Wegen der **Definition der Kapazität** (Gleichung 4.4) ist die Spannung des geladenen Kondensators proportional zu der Ladung, die auf seinen Platten getrennt ist, und zu seiner Kapazität. Wenn der Kondensator über einen Widerstand R entladen wird, ist außerdem wegen des **Ohmschen Gesetzes** (Gleichung 4.3) die Spannung proportional zur Stromstärke, also zu der Geschwindigkeit, mit der die Kondensatorladung verringert wird. Ladung und Strom sind über die Kondensatorspannung aneinander **gekoppelt**! Es gilt zu allen Zeitpunkten t :

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{1}{C} \cdot Q(t) \\ U(t) &= R \cdot I(t) = R \cdot \frac{\partial Q(t)}{\partial t} \\ \Rightarrow Q(t) &= RC \cdot \frac{\partial Q(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dabei haben wir die Stromstärke $I = \dot{Q} = \partial Q(t) / \partial t$ in ihrer *differentiellen Form* geschrieben.⁷

Gleichung 4.9 ist eine sog. *Differentialgleichung* – sie enthält eine Größe (nämlich Q) und ihre Ableitung. Die Lösung einer Differentialgleichung ist

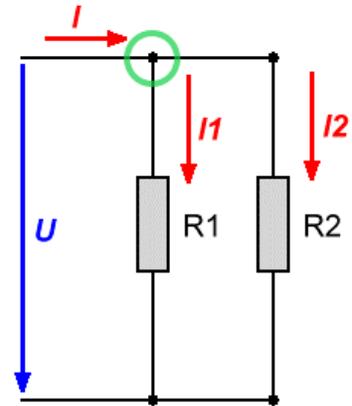


Abbildung 4.5: Eine einfache Parallelschaltung.

⁵ In der Praxis sind die »Platten« meistens aus dünnen Metallfolien realisiert, die mit einer ebenfalls dünnen Isolationsschicht in einem Elektrolytbad eingeschlossen sind.

⁶ Die **Knotenregel** ist daher etwas eingeschränkt, wenn sich in dem Knoten ein Kondensator befindet. *Langfristig* gilt sie aber trotzdem.

⁷ Der Übergang ist klar, wenn Sie sich vorstellen, dass das Zeitintervall der Messung unendlich klein wird.

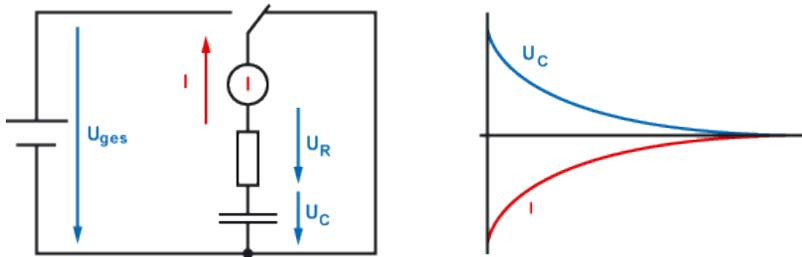


Abbildung 4.6: Entladevorgang eines Kondensators über einen Widerstand.

eine Funktion. Oft ist die Lösung *nicht eindeutig bestimmt*; es gibt unendlich viele Funktionen, die die Differentialgleichung lösen – so auch hier: Die Anfangsladung des Kondensators ist frei wählbar, denn sie taucht auf beiden Seiten von Gleichung 4.9 auf und kürzt sich somit heraus. Erst mit zusätzlichen *Randbedingungen* wird die Lösung eindeutig.

Die **allgemeine Lösung** von Gl. 4.9 lautet:

$$Q(t) = Q(0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (4.10)$$

Da die Spannung am Kondensator, wie gesagt, proportional zur Ladung ist, können wir sofort weiter folgern:

$$U(t) = U(0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} =: U(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (4.11)$$

Das letzte Gleichheitszeichen definiert eine alternative *inline*-Schreibweise für die Exponentialfunktion e^x . Das Produkt aus Widerstand und Kapazität hat die Dimension einer Zeit; wir nennen es *Zeitkonstante* τ :

$$\tau = RC \quad (4.12)$$

$$U(\tau) = U(0) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau}\right) = U(0) \cdot \exp(-1) = U(0) \cdot \frac{1}{e} \quad (4.13)$$

Die zweite Zeile demonstriert die Bedeutung von τ : Nach Verstreichen dieser Zeit ist die Spannung auf $1/e$ des ursprünglichen Wertes abgefallen. τ ist einer Halbwertszeit also nicht ganz unähnlich.

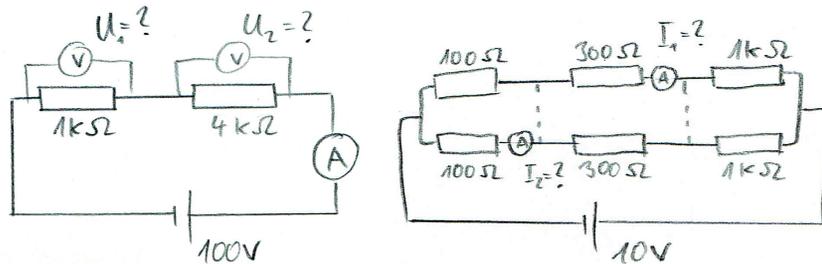


Abbildung 4.7: Abbildungen zu den Rechenaufgaben.

4.4 Rechenaufgaben

1. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand und alle weiteren fehlenden Größen in Abbildung 4.7 (a) und (b). Was ändert sich, wenn in (b) an den gestrichelten Linien Leiterverbindungen eingefügt werden?
2. Ein Kondensator mit $C = 50\mu\text{F}$ wird über einen Widerstand $R = 20\text{k}\Omega$ entladen. Berechnen Sie die Zeitkonstante τ und die Halbwertszeit $t_{1/2}$, bei der $U(t_{1/2}) = \frac{1}{2}U(0)$ ist.
3. Zwei Widerstände R_1, R_2 sind parallel geschaltet. Zeigen Sie, dass für den Gesamtwiderstand gilt:

$$R_{Ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.14)$$

4.5 Kontrollfragen

Sie sollten alle Definitionen und Regeln aus Abschnitt 4.3 parat haben.

4.6 Experimentelle Aufgaben

An diesem Versuchstag können (und sollten) Sie die Aufgaben in der hier gegebenen Reihenfolge durchführen. Die Versorgungsspannung ist mit etwa 10 V völlig ungefährlich; Sie dürfen also auch unbesorgt von der Anleitung abweichen und herumspielen. **Schließen Sie aber bitte nicht das Amperemeter (rotes Multimeter) direkt an die Spannungsversorgung an**, denn die Sicherungen kosten Geld. Das passiert besonders leicht, wenn Sie statt des Unterbrecherbausteins fälschlicherweise die Messfahnen verwenden, die zur Spannungsmessung dienen sollen.

Geräte: Elektronik-Experimentierkasten (Bestandteile siehe dort), Gleichspannungsquelle, Funktionsgenerator, zwei Multimeter, Oszilloskop.

Im Handbuch der beiden Multimeter finden Sie Angaben zu den (relativen) Fehlern der Spannungs- und Stromstärkenmessung auf verschiedenen Messbereichen. Notieren Sie alle für die Versuche relevanten Werte. Notieren Sie außerdem den Eingangswiderstand des gelben Multimeters für die Spannungsmessung.

4.6.1 Ein Widerstand im Stromkreis

Eine Glühlampe wird mit verschiedenen Widerständen in Reihe geschaltet. Was ändert sich dadurch? Dieses Experiment ist eine kleine Meditation über U und I ; außerdem testen Sie dabei, ob und, wenn ja, wie Ihr Material funktioniert.

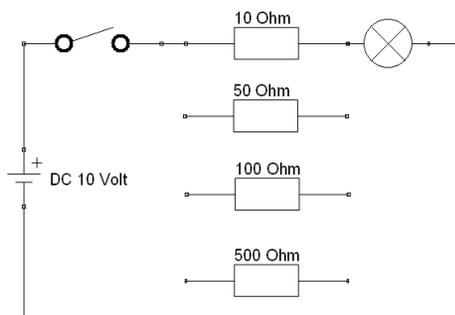


Abbildung 4.8: Ein Widerstand im Stromkreis.

Durchführung:

- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.8 mit Hilfe der einzelnen Bausteine auf. Nutzen Sie hier und für alle folgenden Schaltungen Laborkabel für den Anschluss der Spannungsquelle an die Anschlussbausteine. Zur besseren Übersicht werden rote Kabel für den + Eingang und schwarze oder blaue Kabel für den - Eingang gewählt.
- Betätigen Sie den **Schalter**, um die Lampe zum Leuchten zu bringen.
- Tauschen Sie den **Widerstand** gegen einen anderen – was ändert das? Notieren Sie Ihre Beobachtungen.

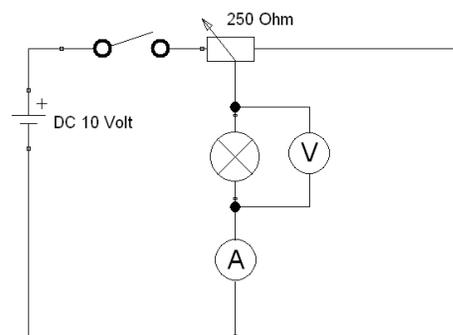
Falls der Schalter Sie nervt, können Sie ihn in dieser und den meisten folgenden Schaltungen weglassen.

4.6.2 Kennlinie einer Glühlampe

Glühlampen sind keine ohmschen Widerstände, d.h. der Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke (die sog. *Kennlinie*) ist nicht linear. In diesem Versuch messen Sie diese Kennlinie.

Varierte Größen: Potentiometerstellung.

Gemessene Größen: Spannung über der Glühbirne U , Stromstärke durch die Glühbirne I .



Dass sich der Widerstand einer Glühlampe ändert, liegt übrigens vor allem daran, dass sie sich erwärmt. Der Glühwendel besteht aus Wolfram, einem Kaltleiter (vgl. 3.3.2).

Abbildung 4.9: Aufbau zur Messung der Kennlinie einer Glühlampe.

Durchführung:

- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.9 auf. Verwenden Sie hier und für alle folgenden Versuche das rote Multimeter in der mA-Stellung für die Strommessung.
- Das **Potentiometer** fungiert als *Spannungsteiler*. Drehen Sie daran, sollte sich die Leuchtstärke der Glühbirne gleichmäßig ändern.
- Messen Sie für verschiedene Potentiometerstellungen jeweils Spannung und Stromstärke. Nehmen Sie auf diese Weise **mindestens 10** möglichst gleichmäßig verteilte Messpunkte auf.

Achtung! Drehen Sie den Wahlschalter am roten Multimeter immer nur dann, wenn es gerade nicht angeschlossen ist. Ansonsten brennt die (teure) Sicherung für die μA -Stellung durch.

4.6.3 Parallelschaltung / Knotenregel

In diesem Versuch überprüfen Sie die Kirchhoffsche Knotenregel an einer Parallelschaltung von Widerständen.

Varierte Größen: Auswahl der angeschlossenen Widerstände.

Gemessene Größen: Spannung U und Stromstärke I bei verschiedenen Bauteilen.

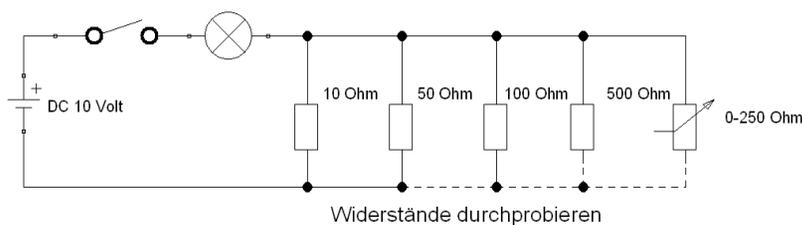


Abbildung 4.10: Aufbau zur Kirchhoffschen Knotenregel.

Durchführung:

- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.10 auf.
- Setzen Sie zunächst nur den 10- Ω -Widerstand ein. Die Lampe sollte leuchten, wenn Sie den Schalter betätigen.
- Probieren Sie auch die **anderen Widerstände** auf diese Weise aus.⁸
- Setzen Sie nun den den Widerstand mit 500 Ω ein und zusätzlich parallel dazu den Widerstand mit 100 Ω . Nutzen Sie dazu Verzweigungsbausteine. Notieren Sie Ihr Ergebnis.
- Überprüfen Sie nun die **Knotenregel** experimentell. Dazu messen Sie die Spannung und die Stromstärke bei den beiden Widerständen, bei der Glühlampe sowie die genaue Versorgungsspannung (ca. 10 V). Die Schaltung wird dabei nicht verändert – Widerstände 500 Ω und 100 Ω parallel geschaltet!
- Versuchen Sie nun, allein mit dem Potentiometer die gleiche Lampenelligkeit zu erzeugen wie mit den zwei parallel geschalteten Widerständen. Da der direkte Vergleich von Intensitäten zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit dem menschlichen Auge nahezu unmöglich ist, gehen Sie folgendermaßen vor:

⁸ Sehen Sie, dass diese Situation identisch ist zu 4.6.1?

Warum leuchtet die Lampe heller, wenn mehr Widerstände hinzugeschaltet werden? Welchen Weg nimmt der Strom?

auf die Glühlampe wird zur besseren Sichtbarkeit ein kleines Röhrchen gesteckt. Reduzieren Sie die Spannung so weit, bis die Glühlampe gerade anfängt zu leuchten. Entfernen Sie jetzt die Festwiderstände und setzen Sie das Potentiometer ein. Verändern Sie den Widerstandswert bei Beibehaltung der zuvor eingestellten Spannung so weit, bis die Glühlampe gerade wieder anfängt zu leuchten. Messen Sie den am Potentiometer eingestellten Widerstand. Notieren Sie Ihr Ergebnis.

Entsprechen die Messwerte Ihren Erwartungen? Machen Sie eine Überschlagsrechnung im Kopf.

4.6.4 Reihenschaltung / Maschenregel

In diesem Versuch überprüfen Sie die Kirchhoffsche Maschenregel an einer Reihenschaltung von Widerständen.

Varierte Größen: Auswahl der eingebauten Widerstände.

Gemessene Größen: Spannung U und Stromstärke I bei verschiedenen Bauteilen.

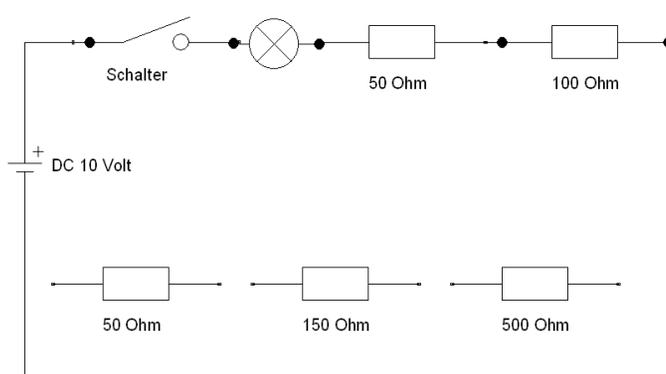


Abbildung 4.11: Aufbau zur Kirchhoffschen Maschenregel.

Durchführung:

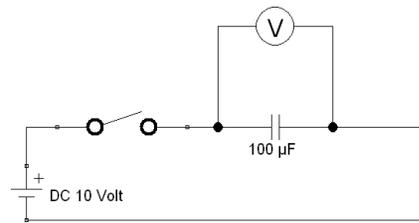
- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.11 auf. Die Widerstände mit $50\ \Omega$ und $100\ \Omega$ sind damit **in Reihe geschaltet**.
- Schließen Sie den Schalter – die Lampe sollte leuchten.
- Versuchen Sie, mit einem **einzelnen Widerstand** die gleiche Lampenhelligkeit zu erzeugen wie mit den zwei in Reihe geschalteten Widerständen. Notieren Sie Ihr Ergebnis.
- Bauen Sie zuletzt die Widerstände $10\ \Omega$, $50\ \Omega$ und $100\ \Omega$ **alle in Reihe** in die Schaltung ein.
- Überprüfen Sie nun die **Maschenregel** experimentell. Dazu messen Sie die Spannung und insbesondere die Stromstärke bei allen Widerständen, bei der Glühlampe sowie die genaue Versorgungsspannung (ca. 10 V).

Welchen Weg nimmt der Strom? Spielt die Reihenfolge der Bauteile eine Rolle?

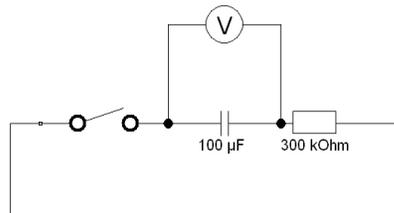
Entsprechen die Messwerte Ihren Erwartungen? Machen Sie eine Überschlagsrechnung im Kopf.

4.6.5 Entladungskurve eines Kondensators (manuell)

Kondensatoren haben eine charakteristische Lade- und Entladekurve. In diesem Versuch messen Sie die Spannung während der (verlangsamten) Entladung manuell, d.h. mit Voltmeter und Stoppuhr.



(a) Ladung



(b) Entladung

Abbildung 4.12: Aufbau zur Ladung und Entladung eines Kondensators.

Gemessene Größen: Spannung $U_C(t)$ über dem Kondensator, Zeit t , Kapazität C , Widerstand R .

Durchführung:

- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.12 (a) auf. Diesmal den Schalter nicht vergessen. Nach kurzer Zeit sollte der Kondensator geladen sein; überprüfen Sie das mit dem Voltmeter.
- Bauen Sie nun den zweiten Teil der Schaltung auf, indem Sie die Laborkabel kurzschließen, **nachdem** Sie den Schalter zunächst geöffnet haben. Schließen Sie außerdem das Voltmeter am Kondensator an.
- Wenn Sie nun den Schalter schließen, wird die Spannung abnehmen – erst schnell, dann langsamer. Sie sollen den zeitlichen Verlauf dieser Spannung aufnehmen. Dafür müssen Sie zusammenarbeiten. Eine Person kann z.B. alle fünf Sekunden einen Spannungswert ablesen und diesen ansagen, die andere Person notiert den Wert. Alternativ können Sie ein Video der Anzeige des Multimeters machen und die Spannung zu verschiedenen Zeitpunkten nach Beendigung der Aufnahme bestimmen. Starten Sie die Aktion in jedem Fall mit
 - einem Plan und
 - einem frisch geladenen Kondensator.
- Die auf den Bauteilen aufgedruckten Werte sind nicht sehr präzise. Messen Sie daher auch die Kapazität C des Kondensators und den Wert des Widerstandes R noch einmal mit dem Multimeter nach. Der Fehler für diese Messungen steht im Handbuch der Geräte; notieren Sie diesen ebenfalls.

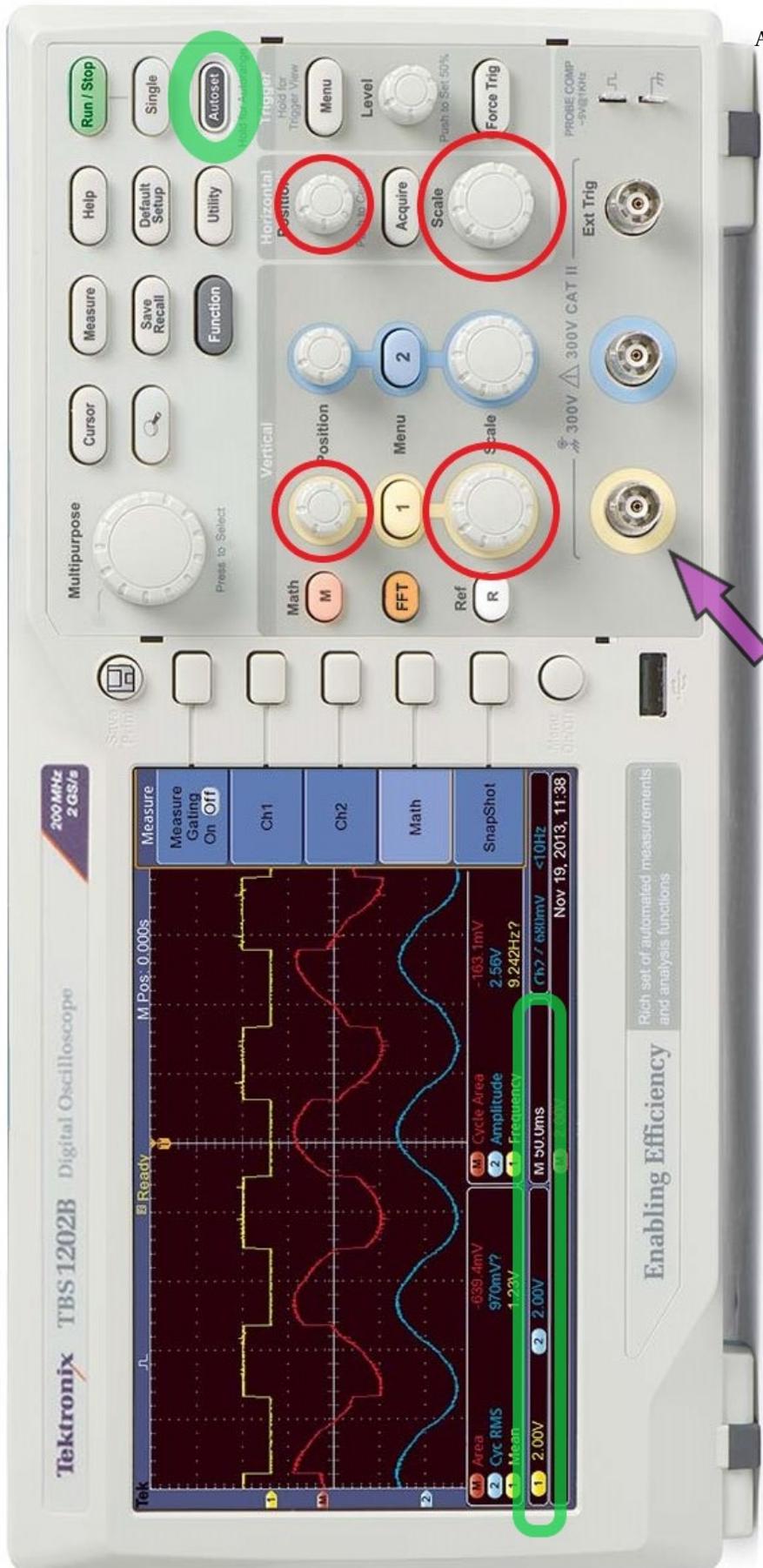


Abbildung 4.13: Das Oszilloskop.

4.6.6 Entladungskurve eines Kondensators (mit Oszilloskop)

Wir machen nun die gleiche Messung wie im letzten Versuch (4.6.5), allerdings schneller – ca. 100-mal pro Sekunde. Bei manueller Messung wäre das schlichtweg unmöglich, aber mit den richtigen technischen Mitteln ist es kein Problem:

- Der Funktionsgenerator übernimmt den Umbau der Schaltung und ersetzt den Ein- und Ausschalter. Er erzeugt ein *Rechtecksignal*: Ein Signal, welches schnell zwischen zwei Werten wechselt. Wählen Sie ein rein positives Signal (über Einstellung eines Offset) mit der Amplitude 10 V und der Frequenz 100 Hz.
- Das Oszilloskop ist ein Voltmeter, das den zeitlichen Verlauf der Spannung auf den Bildschirm zeichnet und bei einer bestimmten Spannung – der Triggerspannung – wieder an den linken Bildschirmrand zurückspringt. Wenn das gemessene Signal periodisch ist (sich also immer wiederholt), entsteht so im Oszilloskop der Eindruck eines ruhenden Bildes.
- Der Kondensator und der Widerstand haben in diesem Aufbau übrigens andere, an die Art der Messung angepasste Werte ($R = 10\text{ k}\Omega$, $C = 47\text{ nF}$). Die Zeitkonstante ist $RC = 470\text{ }\mu\text{s}$ – bei manueller Messung hätte man also keine Chance.

Gemessene Größen: Halbwertszeit $t_{1/2}$, Kapazität C , Widerstand R .

Durchführung:

- Bauen Sie die Schaltung in Abbildung 4.14 auf.
- Schließen Sie das **Oszilloskop** mithilfe der Adapter als Voltmeter über dem Kondensator an. Benutzen Sie den ersten Kanal. Die Buchse ist in Abbildung 4.13 mit einem violetten Pfeil gekennzeichnet.
- **Nehmen Sie sich nun etwas Zeit, das Oszilloskop kennen zu lernen.** In Abbildung 4.13 sind einige wichtige Bedienelemente gekennzeichnet:
 - Wenn Sie zwei Kurven sehen – eine gelbe und eine blaue –, schalten Sie die blaue zunächst aus, indem Sie auf die blaue Taste »2« drücken (ggf. mehrfach). Am **zweiten Kanal** ist nichts angeschlossen; Sie sehen also nur Rauschen.
 - Sie können **Skalierung** (*Scale*) und **Position** der Zeitachse und der Spannungsachse für beide Kanäle einzeln verändern (Knöpfe rot umkreist). Verändern Sie die Skalierung des ersten Kanals und der Zeitachse, bis Sie das Signal auf dem Bildschirm erkennen können. Die Höhe und Breite der **Gitterkästchen** wird am unteren Bildschirmrand angezeigt (in der Abbildung grün markiert).
 - Die Geheimwaffe aller Nebenfach-Physiker ist, seit es Digital-Oszilloskope gibt, die Taste »Autoset« (grün umkreist). Sie startet einen Algorithmus, der alle Skalierungen automatisch einstellt. Das funktioniert teilweise ganz gut, liefert aber auch oft unerwartete Ergebnisse.

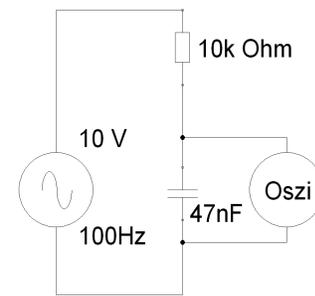


Abbildung 4.14: Aufbau zur Messung der Kondensatorentladung mit dem Oszilloskop.

Es kann z.B. sein, dass Sie anschließend ein sehr interessantes Signal sehen (Rauschen) oder dass kommentarlos alle Spannungen mit einem Faktor 10 multipliziert werden. **Sie wurden gewarnt.**

- Wenn Sie das Signal gut sehen können und einigermaßen mit der Bedienung des »Oszis« (so dürfen Sie ihn jetzt nennen) vertraut sind, können Sie die **Halbwertszeit** des Signals messen. Das ist die Zeit, nach der die Spannung auf die Hälfte abgefallen ist. Sie können dies auf zwei Arten tun:
 1. Anhand des **Gitters** und der **Skalenunterteilungen**. Vergrößern oder verkleinern Sie das Signal, um den Bildschirm optimal auszunutzen, und verschieben Sie es dann mit den *Position*-Knöpfen so, dass Sie die Halbwertszeit ablesen können. Dazu machen Sie am besten den relevanten Punkt der Messkurve zu einem Achsenschnittpunkt. Die Ablesegenauigkeit entspricht der Unterteilung des Gitters: Die Höhe und Breite jedes Kästchens wird durch die Achsenunterteilung gefünftelt, d.h. ein Strich entspricht einem Fünftel dessen, was am unteren Bildschirmrand als »DIV« angegeben ist.
 2. Mit der **Cursor-Funktion**. Betätigen Sie die entsprechende Taste, so gelangen Sie in ein Menü, in dem Sie am besten eine kombinierte Spannungs- und Zeitmessung einstellen. Mit dem Cursor suchen Sie dann den Punkt, an dem die Spannung genau auf die Hälfte abgefallen ist. Wie groß der Fehler dieser Messung ist, müssen Sie anhand der minimalen Schritte zwischen zwei Werten abschätzen. Evtl. kann eine größere Skalierung die Präzision verbessern.
- Schließen Sie den **zweiten Kanal** des Oszilloskops an den Ausgang des Funktionsgenerators an. Sie sollten dann das **Rechtecksignal** in blau sehen können. Skalieren Sie beide Kanäle gleich, dann können Sie den zyklischen Lade- und Entladevorgang nachvollziehen.
- Machen Sie ein **Foto**, auf dem man möglichst nachvollziehen kann, wie Sie $t_{1/2}$ ablesen.

4.7 Wie geht es weiter?

- Es gibt **kein Musterprotokoll**, aber Hinweise zur Auswertung, siehe nächster Abschnitt.
- Es gibt wieder eine **Checkliste** zur Selbstkontrolle. Gehen Sie diese Liste am Ende zusammen durch und unterschreiben Sie anschließend beide, dass das Protokoll den genannten Ansprüchen genügt. **Nehmen Sie diesen Schritt ernst!** Falls Ihr Ergebnis nicht vollständig und plausibel im Sinne der dort aufgeführten Punkte ist, müssen Sie zumindest die Tutorin im Vorfeld per E-Mail kontaktiert haben – andernfalls wird ein solches Protokoll *nicht* testiert.

4.8 Hinweise zur Auswertung

4.8.1 Ein Widerstand im Stromkreis

Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen und erklären Sie sie in ein paar Sätzen.

4.8.2 Kennlinie einer Glühlampe

Stellen Sie U , I und den daraus berechneten Widerstand R mit Fehlern in einer kompakten Tabelle dar. Visualisieren Sie außerdem Ihre Messreihe in einem I - U -Diagramm ohne Fehlerbalken.⁹ Tragen Sie zum Vergleich auch die Kennlinie eines ohmschen Widerstandes mit $R = 75 \Omega$ ein.

⁹ Die Fehlerbalken wären vermutlich so klein, dass man sie kaum erkennen könnte.

Bei der Messung der Stromstärke ist ein (nicht vermeidbarer) systematischer Fehler eingegangen, da der Strom durch den Eingangswiderstand (oder Innenwiderstand) des Amperemeters beeinflusst wird. Wie groß ist dieser Fehler? Müssen Sie die Messwerte entsprechend korrigieren? Der Eingangswiderstand des Amperemeters ist im Handbuch dokumentiert; üblich sind bei kleinen Strömen Werte um $R_e = (1 \dots 10) \text{ k}\Omega$.

4.8.3 Parallelschaltung / Knotenregel

Stellen Sie kurz – ohne Fehlerrechnung – Ihre Messwerte für die Stromstärken und den Ersatzwiderstand dar und vergleichen Sie diese mit Ihren Erwartungen entsprechend Gleichung 4.5.

4.8.4 Reihenschaltung / Maschenregel

Stellen Sie kurz – ohne Fehlerrechnung – Ihre Messwerte für die Spannungen und den Ersatzwiderstand dar und vergleichen Sie diese mit Ihren Erwartungen entsprechend Gleichung 4.6.

4.8.5 Entladungskurve eines Kondensators (manuell)

Tragen Sie die Entladungskurve $U(t)$ auf. Auf diese Weise sehen Sie den exponentiellen zeitlichen Verlauf der Spannung.

Erstellen Sie nun manuell ein halblogarithmisches Diagramm: Tragen Sie $\ln \frac{U(t)}{U(t=0)}$ über der Zeit auf. Machen Sie in diesem Diagramm eine lineare Regression. Bestimmen Sie damit die Zeitkonstante τ_m (mit Fehler) und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem rechnerisch zu erwartenden Wert $\tau_r = RC$ (ebenfalls mit Fehler).

4.8.6 Entladungskurve eines Kondensators (mit Oszilloskop)

Dokumentieren Sie den genauen Ablauf des Versuches. Vergleichen Sie Ihr Messergebnis $\tau_m = t_{1/2} / \ln 2$ mit dem rechnerischen Wert $\tau_r = RC$. Überlappen sich die Fehlergrenzen?

5 Strahlenoptik

Inhalt

5.1 Einleitung	80
5.2 Was ist vorher zu tun?	80
5.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	80
5.3.1 Was ist eine Abbildung?	80
5.3.2 Linsen und ihre Eigenschaften	81
5.3.3 Reelle Abbildung	82
5.3.4 Virtuelle Abbildung	83
5.3.5 Reelle und virtuelle Abbildung kombiniert: das Mikroskop	85
5.3.6 Linsenmachergleichung	85
5.3.7 Brechkraft	86
5.3.8 Brechungsindex	86
5.3.9 Dispersion	86
5.3.10 Brechung am Prisma	87
5.3.11 Anwendung: Augen	87
5.4 Rechenaufgaben 5.1	88
5.5 Kontrollfragen	88
5.6 Experimentelle Aufgaben	89
5.6.1 Lupe	89
5.6.2 Mikroskop	90
5.6.3 Prismenspektrometer	91
5.7 Wie geht es weiter?	92
5.8 Hinweise zur Auswertung	92
5.8.1 Lupe	92
5.8.2 Mikroskop	93
5.8.3 Prismenspektrometer	93

5.1 Einleitung

An diesem Versuchstag geht es um Linsen, Prismen und was man mit ihnen alles machen kann: Lichtstrahlen auffächern, sortieren, in einem Punkt bündeln und somit größere oder kleinere *Bilder* von Gegenständen erzeugen. Wir werden erklären können, wie Lupen, Mikroskope und Projektoren funktionieren und auch unsere eigenen Augen besser verstehen.

Licht besteht also aus »Strahlen«...? Nun ja, wir werden später noch ein besseres Modell brauchen, das auch berücksichtigt, dass Licht sich manchmal wie ein Teilchen oder wie eine Welle benimmt. Für den Moment beschäftigen wir uns aber noch mit Experimenten, in denen Licht seine wahre Natur noch nicht (oder nur ganz schüchtern) zeigt und sich bereitwillig mit einem Lineal zeichnen lässt.

5.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Sorgen Sie dafür, dass Sie den **Theorieteil** verstanden haben! Falls Ihnen Grundlagen fehlen, ist es in Ihrer Verantwortung, diese aufzuarbeiten. Gute Lehrmaterialien zu diesen Themen findet man problemlos im Internet.
- Fertigen Sie **Messwerttabellen** an (im Team), achten Sie dabei auf das korrekte Format und lassen Sie ggf. Details (Einheiten) zunächst frei.
- Lösen Sie die **Rechenaufgaben** (im Team). Sie werden am Versuchstag kontrolliert.
- Schauen Sie sich die **Kontrollfragen** an! In der Vorbesprechung müssen Sie in der Lage sein, sie zu beantworten, sonst dürfen Sie nicht am Praktikum teilnehmen und müssen den Versuchstag nachholen.

5.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

5.3.1 Was ist eine Abbildung?

Stellen Sie sich eine kleine, rot leuchtende LED vor. Sie sendet Licht in alle Richtungen aus und man kann sie daher von vielen Positionen aus sehen. Wenn man die LED sehen kann, dann bedeutet das aber, dass das rote Licht, welches die ganze Pupille trifft, so sortiert wird, dass es die Netzhaut nur an einem einzigen Punkt trifft. Dass das überhaupt funktionieren kann, ist doch einigermaßen überraschend, oder?

Die einfachste Abbildung erzeugt man mit einem Loch. Auf der einen Seite des Loches ist das, was man sehen möchte, auf der anderen Seite sollte es nicht zu hell sein; sonst sieht man nichts. Daher heißt dieser Aufbau auch »*camera obscura*« – dunkler Raum. Das Loch »sortiert« das Licht nach der Richtung, aus der es gekommen ist.

Damit das funktioniert, muss der Raum nicht groß sein, es reicht die Größe einer modernen Kamera, also eines Fotoapparates. Wenn man in die

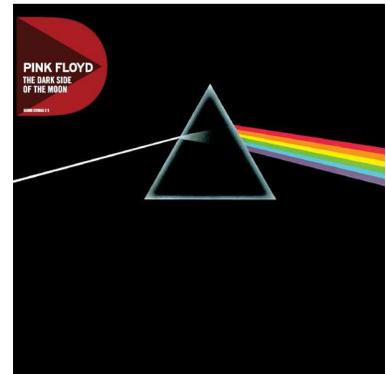
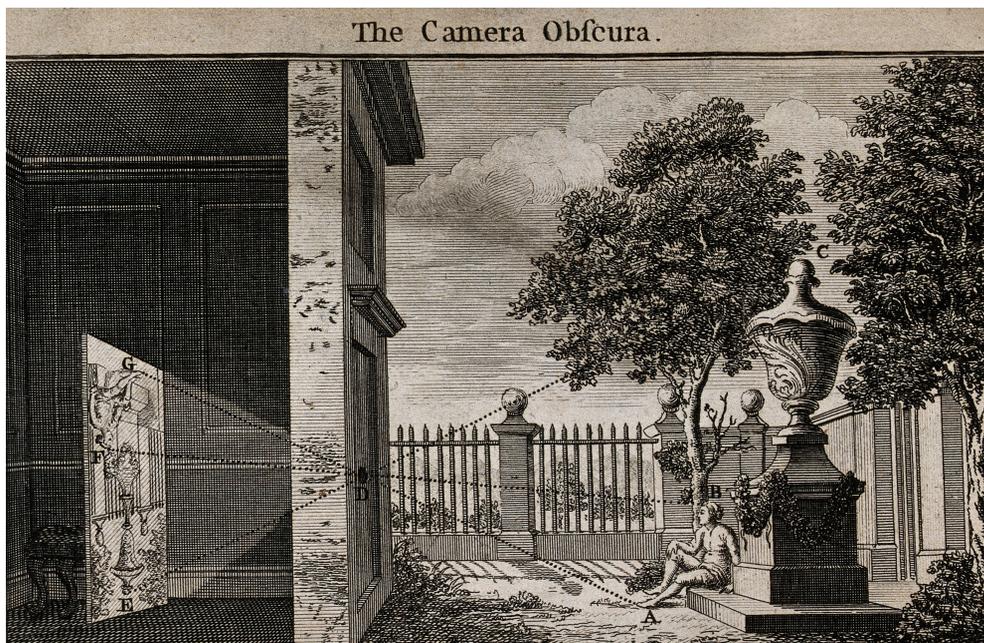


Abbildung 5.1: Das berühmte Cover des Pink-Floyd-Albums »The Dark Side of the Moon« zeigt einen Lichtstrahl, der an einem Prisma in seine chromatischen Bestandteile aufgebrochen wird. Der Mond hat übrigens gar keine »dunkle« Seite – die von der Erde abgewandte Seite wird im Laufe eines Monats ebenfalls von der Sonne angestrahlt.

Manche Tiere, z.B. *Perlboote*, haben sog. **Lochaugen**, die nach diesem Prinzip funktionieren.



Schutzkappe einer Kamera mit wechselbarem Objektiv ein kleines Loch bohrt, kann man damit fotografieren. Nachteil der Methode: Jeder Bildpunkt ist mindestens so groß wie das Loch, und je kleiner das Loch ist, desto weniger Licht kommt hindurch.

Abbildung 5.2: Funktionsweise einer *camera obscura*.

5.3.2 Linsen und ihre Eigenschaften

Bereits in der Antike wurden geschliffene Edelsteine als Lupen und zur Sehkorrektur benutzt. In einem Wikingerschatz, der um das Jahr 1050 n.u.Z. auf Gotland vergraben wurde, befanden sich zahlreiche *asphärische* Linsen, die in ihren optischen Qualitäten den europäischen Erzeugnissen bis in die Mitte des 20. Jahrhunderts hinein weit überlegen waren. Über ihre Herkunft ist wenig bekannt.

Die Linsen, die seit dem Mittelalter auch in Europa hergestellt wurden, waren zunächst *sphärische* Linsen, d.h. man kann sich ihre Oberflächen als Teil einer Kugel vorstellen. Sphärische Linsen sind aufgrund ihrer geometrischen Form einfach herzustellen, daher sind bis heute die meisten in optischen Geräten verbauten Linsen sphärisch.

Sphärische Linsen brechen das Licht auf eine ganz bestimmte Weise:

1. Jede sphärische Linse hat einen *Brennpunkt*. Strahlen parallel zur *optischen Achse* werden so gebrochen, dass sie anschließend durch den Brennpunkt verlaufen.¹
2. Strahlen, die durch den Brennpunkt verlaufen, werden so gebrochen, dass sie anschließend parallel zur optischen Achse verlaufen. Das ist die Umkehrung von 1. und folgt daraus, dass der Weg des Lichtes immer umkehrbar ist.
3. Strahlen durch den Mittelpunkt der Linse werden nicht gebrochen. Das folgt aus Symmetriegründen.

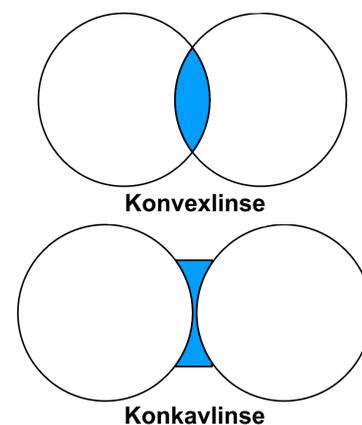
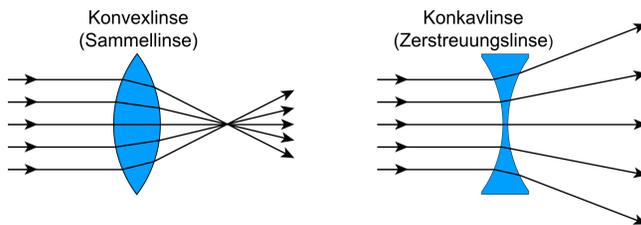


Abbildung 5.3: Zwei Bauformen sphärischer Linsen.

¹ Das gilt so für *konvexe* Linsen (s.u.) – für *konkave* Linsen muss man sich die gebrochenen Strahlen verlängert denken, dann scheinen sie aus dem Brennpunkt zu kommen. Dieser Punkt ist im Folgenden nicht weiter wichtig; es wird nur um konvexe Linsen gehen.

Diese Regeln gelten aber nur in Näherung! – und zwar für dünne Linsen, Gegenstände nahe der optischen Achse und monochromatisches Licht.² In der Praxis ist das nie perfekt gegeben, daher bekommt man immer *Abbildungsfehler*, die sich durch den Einsatz mehrerer verschiedener, ggf. teilweise asphärischer Linsen minimieren lassen.³ Wir beschäftigen uns im Folgenden aber nicht mit Abbildungsfehlern, sondern nur mit dem idealisierten Modell dünner Linsen und kleiner Winkel.



Linsen können generell *konvex* oder *konkav* sein. Eine konvexe Linse bündelt parallele Strahlen, eine konkave Linse zerstreut sie, siehe Abb. 5.4. Daher heißen konvexe Linsen auch Sammellinsen, konkave Linsen nennt man auch Zerstreuungslinsen.

5.3.3 Reelle Abbildung

Wir stellen einen Gegenstand vor eine Sammellinse und überlegen, wie das Licht von diesem Gegenstand gebrochen wird. Wir werden sehen, dass es einen Unterschied macht, ob der Gegenstand vor oder hinter dem Brennpunkt der Linse steht. Hier betrachten wir zunächst den ersten Fall – der Gegenstand muss also weit genug entfernt von der Linse stehen ($g > f$).

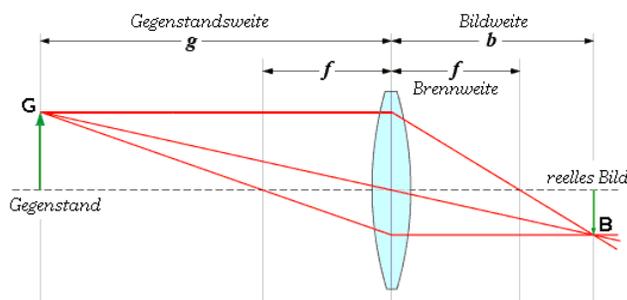


Abbildung 5.5 zeigt diese Situation: Von den zahllosen Lichtstrahlen, die vom Gegenstand (von der grünen Pfeilspitze) ausgehen, wurden drei exemplarisch eingezeichnet. Diese drei Strahlen sind (von oben nach unten): ein achsparalleler Strahl, ein Mittelpunktstrahl und ein Brennpunktstrahl.⁴ Für sie kann man die Regeln anwenden, die oben aufgeführt sind. Man erkennt dann, dass es rechts von der Linse einen Punkt gibt, an dem sich alle drei Strahlen wieder schneiden. Für alle anderen Strahlen gilt das ebenso (vorausgesetzt, sie treffen überhaupt auf die Linse).

Dieser sog. *Bildpunkt* ist optisch im Prinzip völlig identisch zu dem entsprechenden Punkt des Gegenstandes: Das Licht, welches vom Gegenstand in alle Richtungen abgestrahlt wurde, wird nun von diesem Punkt abgestrahlt. Diese Art der Abbildung heißt *reelle Abbildung*.

² Das ist Licht mit nur einer Farbe, einer Wellenlänge.

³ Daher bestehen gute Kameraobjektive nicht aus nur einer Linse.

Abbildung 5.4: Konvex- und Konkavlinen und wie sie das Licht brechen. Der Schnittpunkt aller gebrochenen Strahlen bei der Konvexlinse ist der *Brennpunkt* – aber wo ist der Brennpunkt bei der Konkavlinse?

Abbildung 5.5: Konstruktion des Strahlengangs bei einer reellen Abbildung.

⁴ Es gibt zwei Brennpunkte – der objektseitige Brennpunktstrahl geht durch den objektseitigen Brennpunkt.

Man kann sich in der Ebene des reellen Bildes nun z.B. einen Fotofilm, einen CCD-Sensor oder eine Netzhaut vorstellen – alle drei werden korrekt belichtet und ergeben ein Foto bzw. einen optischen Sinneseindruck.⁵ Man könnte auch eine Mattscheibe oder eine Leinwand dort positionieren – auf diese würde dann das Bild projiziert. Man kann sich das Bild aber auch direkt angucken, ohne dass ein zusätzlicher Gegenstand nötig ist.⁶

Abbildung 5.5 dient auch als **Definition** für einige Größen im Zusammenhang mit optischen Abbildungen. Aus geometrischen Beziehungen (Stichwort *Strahlensätze*) zwischen diesen Größen kann man folgenden Zusammenhang ableiten:

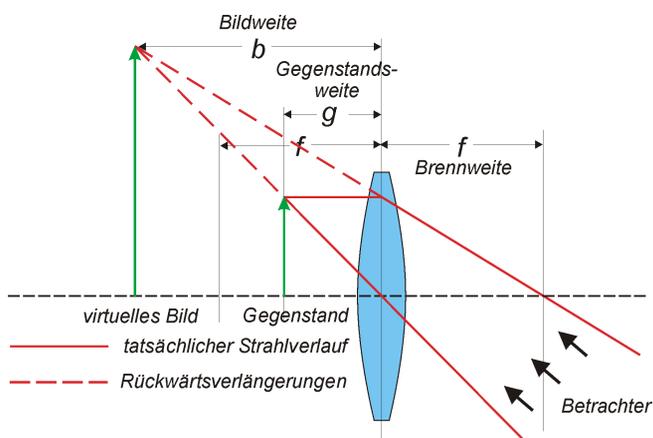
$$A := \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} \quad (5.1)$$

Dieses Verhältnis von Bild- zu Gegenstandsgröße nennen wir **Abbildungsmaßstab** A . Bei einer reellen Abbildung folgt daraus außerdem die folgende **Abbildungsgleichung**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (5.2)$$

5.3.4 Virtuelle Abbildung

Was passiert, wenn der Gegenstand *innerhalb* der Brennweite steht, d.h. $g < f$? Wir betrachten wieder wie in 5.3.3 die drei exemplarischen Strahlen und bemerken sofort, dass der Brennpunktstrahl gar nicht auf die Linse trifft, siehe Abbildung 5.6. Der Mittelpunktstrahl wird nicht gebrochen, und der achsenparallele Strahl wird so gebrochen, dass er sich nie mit dem Mittelpunktstrahl schneiden wird – es kann also kein reelles Bild entstehen!



Es gibt also keinen Ort in dieser Anordnung, an dem ein CCD-Sensor, eine Leinwand oder dergleichen eingebracht werden könnte. Wenn man aber einfach durch die Linse blickt, so kann die Pupille die auseinanderlaufenden Strahlen auf der Netzhaut fokussieren. Das Bild ist für den Betrachter scharf zu sehen, und es scheint von einem Ort zu kommen, der hinter dem eigentlichen Gegenstand liegt, ähnlich wie bei einem Spiegel. Das Bild steht nicht auf dem Kopf, und es ist offenbar immer größer als der Gegenstand, was beim Spiegel normalerweise nicht so ist. Das ist die **Funktionsweise einer Lupe**. Es gilt:

⁵ Das Bild steht übrigens auf dem Kopf, wie man der Skizze entnehmen kann.

⁶ Darauf kommen wir noch zurück, wenn es um das Mikroskop geht.

Abbildung 5.6: Konstruktion des Strahlengangs bei einer virtuellen Abbildung.

Diese Gleichungen gelten, wenn b eine positiv definierte Größe ist. Man kann die Bildweite aber auch mit Richtung und Vorzeichen definieren – bei einer virtuellen Abbildung ist das Bild auf der selben Seite wie der Gegenstand, d.h. b wäre in diesem Fall negativ und die Abbildungsgleichungen müssten entsprechend angepasst werden. In anderen Lehrbüchern können Sie auch diese Vorzeichenkonvention antreffen.

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b+f}{f} = \frac{b}{f} + 1 > 1 \quad (5.3)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} - \frac{1}{b} \quad (5.4)$$

Aus Gleichung 5.3 folgt auch mathematisch die Erkenntnis, dass bei virtuellen Abbildungen immer $A > 1$ gilt; die Abbildung ist immer vergrößernd. Je näher der Gegenstand an den Brennpunkt gerückt wird, desto größer wird b und somit auch A – das Bild wird also immer größer, scheint aber auch weiter entfernt zu sein. Um zu charakterisieren, wie stark eine Lupe vergrößern kann, ist der Abbildungsmaßstab daher keine gute Wahl. Stattdessen betrachten wir die **Sehwinkelvergrößerung** V :

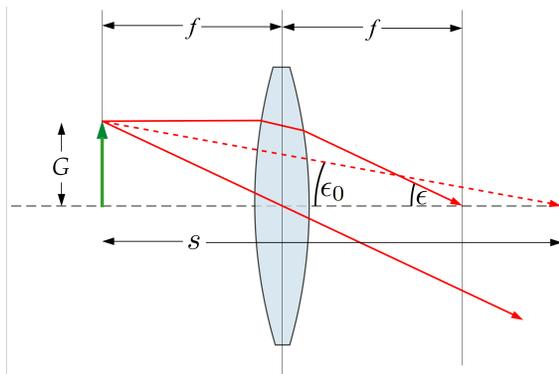


Abbildung 5.7: Sehwinkelvergrößerung bei einer Lupe.

$$V := \frac{\tan \epsilon}{\tan \epsilon_0} \quad (5.5)$$

Dabei ist ϵ der Sehwinkel, unter dem das Bild durch die Lupe gesehen wird; ϵ_0 ist der Sehwinkel, unter dem das Objekt ohne die Lupe gesehen wird. Befindet sich das Auge dicht hinter der Lupe (d.h. ungefähr im Brennpunkt), so gilt

$$\tan \epsilon = \frac{B}{b} \quad (5.6)$$

Ohne Verwendung der Lupe würde man das Objekt unter dem Sehwinkel ϵ_0 sehen, und der Tangens dieses Winkels ist das Verhältnis der Objektgröße zum *Augenabstand* s :

$$\tan \epsilon_0 = \frac{G}{s} \quad (5.7)$$

Damit folgt

$$V = \frac{B}{b} \cdot \frac{s}{G} = \frac{B \cdot s}{G \cdot b} = A \cdot \frac{s}{b} = \left(1 + \frac{b}{f}\right) \cdot \frac{s}{b} = \frac{s}{f} + \frac{s}{b} \quad (5.8)$$

Demnach nimmt also im Gegensatz zum Abbildungsmaßstab die Sehwinkelvergrößerung mit zunehmender Bildentfernung ab.

Für den Augenabstand s gibt es eine Grenze, den *Nahpunkt*: Wenn sich ein Gegenstand zu nah am Auge befindet, kann er nicht mehr scharf gestellt werden, das Gleiche gilt für Bilder. Wo der Nahpunkt liegt und bei welchem Augenabstand man noch über längere Zeit entspannt sehen kann, ist individuell verschieden. Man hat sich daher auf ein »Normmaß« geeignet, die **deutliche Sehweite** $s = 25 \text{ cm}$.

5.3.5 Reelle und virtuelle Abbildung kombiniert: das Mikroskop

Moderne Lichtmikroskope bestehen typischerweise aus deutlich mehr als zwei Linsen, aber das Prinzip ist immer dasselbe: Eine Sammellinse mit kurzer Brennweite fungiert als *Objektiv* und erzeugt ein reelles Zwischenbild. Dieses reelle Zwischenbild betrachtet man durch eine Lupe, und die Lupe heißt *Okular*.⁷ Auf diese Weise lassen sich deutlich höhere Sehwinkeilvergrößerungen erreichen als mit nur einer Linse. Die **Vergrößerung**,

⁷ Das Bild steht dann immer noch auf dem Kopf.

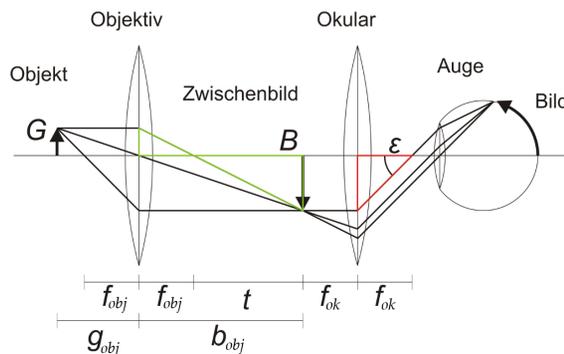


Abbildung 5.8: Schematischer Aufbau eines einfachen Mikroskops.

die mit einem Mikroskop erzielt werden kann, hängt wesentlich vom Abstand zwischen den Brennpunkten dieser beiden Linsen(gruppen) ab. Man nennt diesen Abstand (*optische Tubuslänge* t , vgl. Abb. 5.8). Bei der reellen Abbildung ist $b = f_{obj} + t$, daher gilt für die Vergrößerung des Objektivs:

$$V_{obj} = A_{obj} = \frac{b - f_{obj}}{f_{obj}} = \frac{t}{f_{obj}} \quad (5.9)$$

Dabei wurde Gleichung 5.1 benutzt.

Wenn das Auge völlig entspannt ist, ist es auf unendlich weit entfernte Objekte *akkomodiert*, d.h. eingestellt.⁸ Das ist die angenehmste Situation, daher stellt man das Okular meistens so ein, dass die Bildweite der virtuellen Abbildung unendlich wird ($b_{ok} = \infty$). Dann folgt aus 5.8 für die Vergrößerung des Okulars:

$$V_{ok} = \frac{s}{f_{ok}} \quad (5.10)$$

Mit $s = 25$ cm als (normierter) deutlicher Sehweite. Die Gesamtvergrößerung ist das Produkt dieser beiden Vergrößerungen:

$$V = V_{obj} \cdot V_{ok} = \frac{t \cdot s}{f_{obj} \cdot f_{ok}} \quad (5.11)$$

Die Gesamtvergrößerung eines solchen Mikroskopes ist also proportional zur Tubuslänge und umgekehrt proportional zu den Brennweiten der Linsen(gruppen).⁹

5.3.6 Linsenmachergleichung

Dass sphärische Linsen überhaupt einen Brennpunkt haben, ist ja schon etwas überraschend. Wenn man z.B. eine beidseitig konvexe Linse mit dem Krümmungsradius r hat, kann man natürlich auch berechnen, welche Brennweite diese Linse haben wird.¹⁰

⁸ Es sei denn, man ist kurzsichtig – dann ist diese Einstellung auch bei entspanntem Auge nicht zu erreichen.

⁹ Extrem kurze Brennweiten sind schwer zu fertigen, aber lange Tubuslängen sind eigentlich kein Problem. Um die Vergrößerung eines Mikroskops auszureizen, ist also ein langer Tubus das Mittel der Wahl. Leider gerät diese Strategie schnell an eine andere, physikalische Grenze: Beugungseffekte begrenzen die Auflösung auf Strukturen, die deutlich größer sind als die Wellenlänge des benutzten Lichtes. Mehr dazu erfahren Sie am 6. Versuchstag.

¹⁰ Dabei wurde wieder die Näherung für dünne Linsen gemacht. Dicke Linsen produzieren Abbildungsfehler.

$$f = \frac{r}{2(n-1)} \quad (5.12)$$

Das ist die *Linsegleichung*, wobei n der Brechungsindex des Linsenmaterials ist.¹¹

Je kleiner der Krümmungsradius, desto »kugelig« ist die Linse und desto kleiner die Brennweite. Je größer der Krümmungsradius, desto flacher die Linse und desto größer die Brennweite.

5.3.7 Brechkraft

Den Kehrwert der Brennweite nennt man auch *Brechkraft*:

$$D := \frac{1}{f} \quad (5.13)$$

Die Brechkraft hat also die Dimension einer inversen Länge. Ihre Einheit hat einen besonderen Namen, nämlich *Dioptrie (dpt)*:

$$[D] = \frac{1}{\text{m}} = 1 \text{ dpt} \quad (5.14)$$

Befinden sich zwei Linsen direkt hintereinander auf der gleichen optischen Achse, so addieren sich ihre Brechkräfte:

$$D = D_1 + D_2 \quad (5.15)$$

Wenn z.B. eine Fehlsichtigkeit vorliegt, korrigiert man diese mit einer Brille, deren Brechkraft sich zum Gesamtsystem einfach hinzuaddiert.

5.3.8 Brechungsindex

Der *Brechungsindex* n charakterisiert die »optische Dichte« eines Mediums. Er ist definiert als

$$n = \frac{c_0}{c_1} \quad (5.16)$$

Dabei ist c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und c_1 die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium. Licht wird also effektiv langsamer, wenn es z.B. in einer Linse aus Glas unterwegs ist, und der Brechungsindex im Vakuum ist $n_0 = 1$.

Aus der Schule kennen Sie vielleicht noch das **Brechungsgesetz** von Snellius:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (5.17)$$

Dabei ist α der Einfallswinkel, β der Ausfallswinkel im Medium, c_i die Ausbreitungsgeschwindigkeit und n_i der Brechungsindex im Medium i .

5.3.9 Dispersion

Licht hat auch Eigenschaften, die eigentlich zu Wellen gehören, und eine davon ist die Farbe. Jeder Farbe entspricht eine *Wellenlänge* λ , aber im Alltag sieht man meistens Gemische aus vielen verschiedenen Wellenlängen. So entsteht auch weißes Licht: als Gemisch aus einem breiten Spektrum von Farben. Licht, das nur eine Wellenlänge hat, heißt *monochromatisch*.

Wir werden am nächsten Versuchstag noch mehr über Wellen erfahren; an dieser Stelle reicht es zu wissen, dass Licht diese Eigenschaft hat und

¹¹ Der Brechungsindex ist immer größer als 1 und liegt für typische Glassorten im Bereich von 1,4 bis 1,9. Historische Linsen bestanden aber oft aus Edelsteinen und anderen Mineralien, z.B. aus *Beryll* – daher kommt auch das Wort »Brille«.

Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit ändert sich im Medium auch die Wellenlänge. Die Frequenz bleibt unverändert, und damit auch die Energie – mehr dazu im nächsten Kapitel.

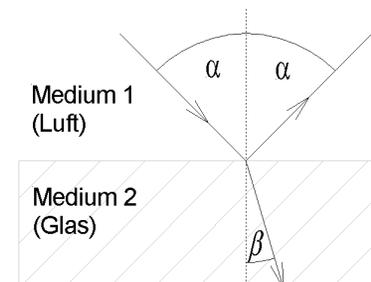


Abbildung 5.9: Brechung an einer Grenzschicht zwischen zwei Medien.

dass davon die Interaktion mit Materie beeinflusst wird. Dadurch ergibt es sich, dass sich der Brechungsindex eines Mediums für verschiedene Wellenlängen unterscheidet: $n = n(\lambda)$. Der Unterschied ist groß genug, um in Fotos Abbildungsfehler¹² sichtbar werden zu lassen – oder man macht ihn sich zunutze und baut ein Spektrometer nach diesem Prinzip. Genau das haben wir im Versuch »Prismenspektrometer« vor, siehe 5.6.3.

Trägt man den Brechungsindex $n(\lambda)$ über der Wellenlänge auf, erhält man die sog. *Dispersionskurve* des untersuchten Materials. Ihre Steigung ist im Normalfall negativ (»normale Dispersion«), in bestimmten Wellenlängenbereichen (je nach Material), kann sie aber auch positiv sein (»anormale Dispersion«).

5.3.10 Brechung am Prisma

Wir betrachten ein gläsernes Prisma mit dreieckiger Grundfläche (Abb. 5.10). Ein Lichtstrahl wird hieran zweimal gebrochen: einmal beim Eintritt und dann noch einmal beim Austritt aus dem Glas. Wir setzen voraus, dass die ganze Situation symmetrisch sei: Der Lichtstrahl innerhalb des Prismas verläuft dann parallel zu der unteren Kante (die nicht an der Brechung beteiligt ist), und die Winkel α , β und γ tauchen links und rechts im Diagramm gleichermaßen auf.¹³

In dieser Anordnung kann man nun den *Ablenkwinkel* δ berechnen. Er hängt letztlich nur noch vom *brechenden Winkel* ϕ und vom Brechungsindex des Glases $n(\lambda)$ ab. Man kann folgende geometrische Beziehungen erkennen:

$$\begin{aligned}\phi + 2\gamma &= 180^\circ \\ \gamma + \beta &= 90^\circ \quad \Rightarrow \phi = 2\beta\end{aligned}$$

Weiterhin ist $\delta = 2(\alpha - \beta)$. Damit folgt insgesamt:

$$\alpha = \frac{\phi + \delta}{2} \quad \beta = \frac{\phi}{2}$$

Mit dem Brechungsgesetz (5.17) folgt schließlich:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\phi + \delta}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}} \quad (5.18)$$

So kann man bei gegebenen ϕ und δ auf den Brechungsindex $n(\lambda)$ schließen, unter der Voraussetzung, dass die Anordnung symmetrisch ist.

5.3.11 Anwendung: Augen

Die **Linsenaugen** von Wirbeltieren wie dem Menschen gehören zu den leistungsfähigsten optischen Instrumenten überhaupt. Seine **Zeitauflösung** ist nicht überragend – ca. 60 Hz, fünfmal weniger als bei Facettenaugen von Insekten und für aktuelle Action-Kameras das absolute Minimum – aber der **Dynamikumfang**¹⁴ ist überragend und mit technischen Mitteln nicht ohne weiteres zu erreichen: ein Faktor von 100.000 zwischen der dunkelsten und der hellsten Stelle im Bild; mit der Option, sich auf einzelne Bildbereiche gezielt einzustellen. Insgesamt kann das menschliche Auge sich an Lichtverhältnisse anpassen, die fast zehn Größenordnungen (10^{10})

¹² Sog. *chromatische Aberration*. Diese zeigt sich als hässlicher Farbschatten an Kanten mit hohem Kontrast. Fotografieren Sie doch einmal ein schwarzes Kabel vor weißem Hintergrund und vergrößern Sie die Kante, dann sehen sie das unheilvolle Werk der Dispersion.

¹³ Außerdem wird der Ablenkwinkel δ in dieser Position minimal – das ist alles andere als offensichtlich, aber Sie werden es am Prismenspektrometer selbst sehen.

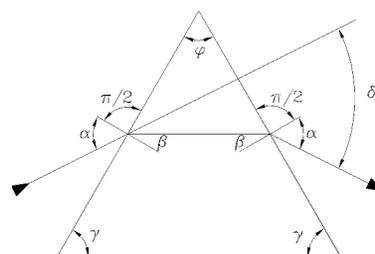


Abbildung 5.10: Ein Lichtstrahl wird an einem Prisma gebrochen (zweimal).

¹⁴ Das Verhältnis zwischen größter und kleinster messbarer Lichtintensität – Rauschen spielt dabei auch eine Rolle, denn die Helligkeitsstufen sollen unterscheidbar sein.

auseinander liegen. Zum Vergleich: Bei normalen Digitalfotos werden nur 256 Helligkeitsstufen gespeichert. Mittelmäßige Sensoren nutzen das nicht einmal vollständig aus, und Bildschirme und Printmedien können sowieso nicht viel mehr wiedergeben. Deswegen reichen Fotos von Sonnenuntergängen und anderen »magischen« Lichtverhältnissen meistens nicht an die Originale heran.

Die Besonderheit des Linsen Auges ist – Sie ahnen es: die **konvexe Linse**. Sie fokussiert die Lichtstrahlen, die durch die Pupille eintreffen, auf die Netzhaut; eine reelle Abbildung also. Die Augenlinse ist ein hochkomplexes Gebilde aus Fasern, die wie bei einer Zwiebel in Schalen nachgebildet werden und transparente Proteine, die *Kristalline*, umschließen. Anfangs ist sie sehr elastisch – das ermöglicht es den *Ziliarmuskeln*, sie (stark vereinfacht) zu einer Kugel zusammendrücken, um eine größere Brechkraft zu erreichen und nähere Gegenstände zu fokussieren.

Die Linse ist nicht alleine verantwortlich für die **Brechkraft** des Auges. Der größte Beitrag (ca. 44 dpt) kommt von der Hornhaut; dieser ist aber nicht veränderlich. Die Brechkraft der Linse reicht von ca. 19–33 dpt. Auch die Augenkammer liefert einen kleinen, negativen Beitrag von -3 dpt.

Die Augenlinse hat einen regen **Stoffwechsel**, obwohl sie keine Blutbahnen enthält. Sie wird lebenslang nachgebildet und verändert dabei über die Jahre ihre Zusammensetzung – die elastische Rinde verdünnt sich, der weniger elastische Kern nimmt zu. Dadurch verliert die Linse mit zunehmendem Alter ihre Fähigkeit zur Akkomodation; man wird *altersweitsichtig*. Außerdem sollte auch der Abstand zwischen Netzhaut und Linse – die »Länge« des Auges – zur Brechkraft passen, sonst verschiebt sich der Bereich der Entfernung, an die sich das Auge akkomodieren kann. Ein langes Auge führt zu **Kurzsichtigkeit**, ein kurzes Auge zu **Weitsichtigkeit**.

Der »Sensor« des Auges ist die **Netzhaut**. Ihre beste Auflösung konzentriert sich nur auf einen kleinen Bereich (den *macula lutea*, »gelber Fleck«), etwa 5 mm im Durchmesser, in der Mitte des Sichtfeldes. Sie hat auch einen *blinden Fleck*, und zwar dort, wo der Sehnerv in die Netzhaut mündet.

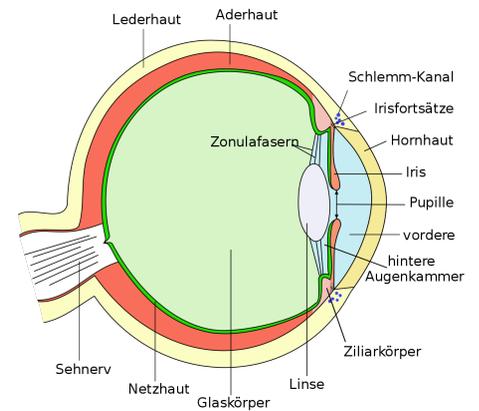


Abbildung 5.11: Aufbau des Auges eines Wirbeltieres.

5.4 Rechenaufgaben 5.1

1. Zeigen Sie, dass eine reelle Abbildung vergrößert (d.h. $A > 1$), wenn $g < 2f$. (Hinweis: Benutzen Sie dazu die Gleichungen 5.1 und 5.2).
2. Konstruieren Sie den Strahlengang einer reellen Abbildung für den Fall, dass der Gegenstand größer ist als die Linse. Ist das Bild scharf?
3. Welche Brechkraft und welche Brennweite hat eine Fensterscheibe?
4. Die Gesamtbrechkraft eines entspannten Auges beträgt etwa $D_A = 60$ dpt. Mit was für einer Linse muss ein Auge korrigiert werden, dessen Brennweite $f = 2$ cm beträgt? Ist dieses Auge kurz- oder weitsichtig?

5.5 Kontrollfragen

- Was ist der Unterschied zwischen reeller und virtueller Abbildung?
- Ist das Zwischenbild im Mikroskop reell, virtuell oder keines von beiden?

- Eine Sammellinse wird parallel zur Symmetrieachse in der Mitte durchgesägt, so dass zwei »Halbmonde« entstehen. Welchen Effekt hat das auf die Abbildung mit dieser Linse?
- Wie hängen bei der Lupe Abbildungsmaßstab und Sehwinkelvergrößerung von der Position des Objektes ab?

⚠Achtung: fassen Sie beim Experimentieren die optischen Komponenten immer nur an den Halterungen an! Niemals auf die optisch aktiven Flächen fassen!

5.6 Experimentelle Aufgaben

5.6.1 Lupe

Lupen sind Sammellinsen, die man so benutzt, dass sie ein virtuelles Bild erzeugen.¹⁵ Dieses virtuelle Bild wird dann mit dem Auge betrachtet. Es befindet sich (scheinbar) *hinter* dem beobachteten Gegenstand, im Abstand $b > g$.

In diesem Versuch wird die in 5.3.4 theoretisch hergeleitete Abbildungsgleichung auf den Prüfstand gestellt. Anschließend können aus den Messdaten die Brennweite der Linse f sowie die Sehwinkelvergrößerung für die verschiedenen Positionen V berechnet werden.

Geräte: Optische Bank, halbierte Sammellinse ($f = 10$ cm) in Fassung, Lineal, Schirm mit Millimeterpapier, Zollstock.

Varierte Größen: Bildweite $b = 20, 30, 40, 50, 60$ cm.

Gemessene Größen: Gegenstandsweite g , Bildgröße B .

Gegebene Größen: Gegenstandsgröße $G = 1$ cm (ein Zentimeter auf dem Lineal, fehlerfrei), deutliche Sehweite $s = (25 \pm 5)$ cm.

Achtung: Berühren Sie beim Experimentieren mit optischen Bauteilen die optischen Flächen auf keinen Fall mi und fassen Sie optische Komponenten immer nur an den Halterungen an.

Durchführung:

- Stellen Sie die **Bildweite** ein – das ist der Abstand zwischen Linse und Schirm (dort wird das Bild entstehen). Starten Sie mit 20 cm und gehen Sie dann in 10-cm-Schritten bis 60 cm.
- Stellen Sie die **Gegenstandsweite** g (den Abstand zwischen Linse und Lineal) für jede Bildweite b so ein, dass das virtuelle Bild in der selben Ebene wie der Schirm entsteht. Blicken bzw. *starren* Sie dafür über den Rand der Linse auf das Millimeterpapier. Schieben Sie das Lineal zunächst weit nach hinten und ziehen Sie es dann zu sich heran, bis es scharf wird. **Sie dürfen das Lineal dabei nicht angucken!**¹⁶ Sonst akkomodiert sich ihr Auge und das Lineal scheint immer scharf, unabhängig von seiner Position. Wie präzise können Sie g einstellen? Vielleicht sollten Sie für Δg etwas mehr als die Ablesegenauigkeit des Messstabs veranschlagen.
- Blicken Sie weiterhin über den Rand der Linse, sodass die Kante des Lineals vor dem Hintergrund des Millimeterpapiers erscheint. Wie groß erscheint ein Zentimeter auf dem Lineal auf der Millimeterskala des

¹⁵ Dafür ist entscheidend, dass sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befindet, vgl. 5.3.4.

Vgl. auch Abbildung 5.6.

¹⁶ Dieser Schritt bereitet manchen Leuten große Schwierigkeiten und auch Kopfschmerzen. Vielleicht fällt es Ihrer Messpartnerin leichter? Falls nicht: Übung macht den Meister.

Schirms? Das ist die **Bildgröße** B . Sie können sich Markierungen machen (für große b brauchen Sie dafür die Hilfe Ihrer Messpartnerin) oder direkt ablesen.

5.6.2 Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei Linsen(gruppen): dem Objektiv und dem Okular. Das Objektiv erzeugt ein *reelles Zwischenbild*. Von diesem Zwischenbild erzeugt das Okular eine virtuelle Abbildung, die man mit dem Auge betrachten kann, vgl. Abbildung 5.8.

Welche Sehwinkelvergrößerung V sich durch diese Anordnung ergibt, hängt wesentlich von der *optischen Tubuslänge* t ab. In diesem Versuch wird zunächst für das Zwischenbild eine 4-fache Vergrößerung eingestellt; anschließend messen Sie die *mechanische Tubuslänge* t_m , aus der die optische Tubuslänge und die Gesamtvergrößerung später berechnet werden kann.

Geräte: Optische Bank, Beleuchtung, Netzteil, Mattscheibe mit Millimeter-Raster, Mikrometerskala als Objekt (Teilung: 5 mm in 200 Teile entsprechend 40 Striche/mm), 2 Sammellinsen als Objektiv und Okular, des weiteren ein (professionelles) Mikroskopokular.

Eingestellte Größen: Vergrößerung des Zwischenbildes.

Gemessene Größen: Mechanische Tubuslänge t_m .

Gegebene Größen: Deutliche Sehweite $s = 25$ cm, Brennweite des Okulars $f = 5$ cm, Brennweite des Objektivs $f = 2,75$ cm.

Durchführung:

- Identifizieren Sie zunächst die Bestandteile des Aufbaus. Der Teil hinter dem Objekt (dünner Strich auf transparenter Folie) dient nur der Beleuchtung; hier sollten Sie nichts verstellen. Die Mattscheibe sollte so weit zu Ihnen geschoben werden wie möglich, sie muss nicht bewegt werden.
- Verschieben Sie das Okular, bis die Mattscheibe scharf zu erkennen ist.
- Verschieben Sie das Objektiv, bis Sie auf der Mattscheibe ein scharfes Bild der Mikrometerskala sehen können.
- Verschieben Sie nun Objekt und Objektiv, bis für das Zwischenbild eine 4-fache Vergrößerung eingestellt ist. Wann ist dies der Fall? Die Mikrometerskala hat 200 (kleine) Striche auf einer Länge von 5 mm, entsprechend 40 Striche pro mm.
- Messen Sie nun die mechanische Tubuslänge t_m , also den Abstand zwischen Mittelebenen von Objektiv und Okular.
- Bauen Sie die Mattscheibe aus. Reduzieren Sie am Netzteil die Helligkeit der Beleuchtung, sonst werden Sie geblendet. Das Zwischenbild entsteht trotzdem, Sie können es ohne das grobe Papier sogar sehr viel besser erkennen.

- Ersetzen Sie zum Schluss die einfache Okularlinse durch eine professionellere Ausführung (schwarzes Rohr). Welche Vorteile hat dieser Aufbau mit zwei Linsen?

5.6.3 Prismenspektrometer

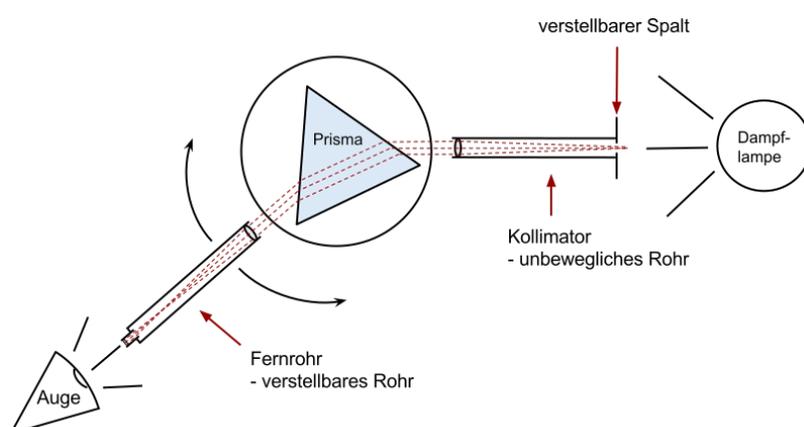


Abbildung 5.12: Schematischer Versuchsaufbau für das Prismenspektrometer.

Ein Goniometer ist ein Gerät zur Messung von Winkeln. Mit einem Prisma wird es zum Prismenspektrometer, mit dem man die spektralen Bestandteile von Licht aufspalten und untersuchen kann. In diesem Versuch kalibrieren wir zunächst das Spektrometer und vermessen dann die Spektrallinien einer Quecksilber-Dampf-Lampe. Die dazugehörigen Wellenlängen sind bekannt, sodass wir anschließend die Dispersionskurve¹⁷ des Prismenglasses zeichnen können.

Geräte: Goniometer, Prisma, Hg-Lampe mit Netzteil

Gemessene Größen: Reflexionswinkel ρ_1 und ρ_2 , (gemessene) Ablenkwinkel $\delta_m(\lambda_i)$, Strahlendurchgang δ_0 .

Gegebene Größen: Literaturspektrum von Hg (siehe A.2.2).

Kalibrierung:

- Drehen Sie das bewegliche Rohr so, dass es in einem Winkel von etwa 90° zum Eingangsrohr steht. Arretieren Sie es in dieser Position.
- Schauen Sie durch das Rohr und drehen Sie den Tisch, bis Sie einen weißen Strich sehen.¹⁸ Das ist die **Reflexion** an einer Seite des Prismas.¹⁹
- Notieren Sie den Winkel ρ_1 .²⁰ Im Okular ist ein **Fadenkreuz** angebracht, das Sie besser sehen können, wenn Sie mit einer Taschenlampe schräg von hinten in das Rohr hineinleuchten.
- Suchen Sie auch den **zweiten Reflex** ρ_2 . Wenn alles stimmt, müsste $\phi = 180^\circ - |\rho_1 - \rho_2| \approx 60^\circ$ der *brechende Winkel* des Prismas sein. Diesen brauchen Sie erst bei der Auswertung, aber kontrollieren Sie jetzt schon, ob Sie richtig gemessen haben.

Messung:

¹⁷ Die Dispersionskurve ist die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge des gebrochenen Lichtes $n(\lambda)$.

Achtung! Gasentladungslampen dürfen nicht in schneller Folge aus- und wieder eingeschaltet werden. Tun Sie beides nur in Absprache mit Ihrer Tutorin oder der technischen Assistenz.

¹⁸ Falls die Linie unscharf ist, können Sie das Okular etwas hinein- oder herausdrücken.

¹⁹ Oder doch nicht...? Überprüfen Sie, ob Sie den richtigen Reflex haben, indem Sie von oben auf die Anordnung schauen!

²⁰ An der Skala ist ein Nonius angebracht, der sich mit dem Rohr bewegt. Am innersten Strich wird der grobe Wert abgelesen, am Nonius dann $0,1^\circ$ -Schritte, ganz wie beim Messschieber.

²¹ Blättern Sie ggf. noch einmal zum Pink-Floyd-Cover auf Seite 80, um eine grobe Idee zu bekommen, wo sich diese befinden könnten. Lassen Sie sich nicht von Mehrfachreflexionen und dergleichen in die Irre führen – die »echten« Spektrallinien werden sehr deutlich erkennbar sein.

- Lösen Sie das Rohr und drehen Sie Rohr und Tisch so, dass Sie die gebrochenen **Spektrallinien** des Hg-Lichtes im Okular erkennen können.²¹
- Wenn Sie das Rohr still halten und nur den Tisch in eine Richtung drehen, bewegen sich die Spektrallinien in Ihrem Sichtfeld zunächst in eine Richtung. Es gibt einen Punkt, an dem Sie die Richtung ändern. Suchen Sie diesen **Umkehrpunkt**. Ggf. müssen Sie auch das Rohr bewegen, damit die Spektrallinien im Sichtfeld bleiben.
- Stellen Sie Rohr und Tisch so ein, dass die grüne Linie in der Mitte des Spektrums ungefähr im Fadenkreuz liegt und genau im Umkehrpunkt liegt. In dieser Position ist die ganze Anordnung **symmetrisch** (schauen Sie von oben auf den Aufbau, um dies zu überprüfen). Arretieren Sie in dieser Position den Tisch.²²
- Messen Sie nun die **Ablenkwinkel** δ_m für die einzelnen Spektrallinien. Notieren Sie sie zusammen mit der Farbe und der Leuchtstärke der Linien, um sie später dem Literaturspektrum zuordnen zu können.
- Die gemessenen δ_m sind noch nicht die eigentlichen Ablenkwinkel, weil die Skala nicht bei 0° beginnt. Heben Sie daher zum Schluss den ganzen Prismentisch vom Goniometer und messen Sie den Winkel des **Strahlendurchgangs** δ_0 .

²² Die Symmetrie ist eine Voraussetzung für die Berechnung des Brechungsindex, wie sie in 5.3.10 hergeleitet ist. Streng genommen müsste man diesen Schritt also für jede Spektrallinie wiederholen; die Abweichung ist aber klein, wenn man es einmal für eine mittlere Linie einstellt und dann nur noch das Rohr bewegt.

5.7 Wie geht es weiter?

- Es gibt **kein Musterprotokoll**, aber Hinweise zur Auswertung, siehe nächster Abschnitt.
- Es gibt wieder eine **Checkliste** zur Selbstkontrolle. Gehen Sie diese Liste am Ende zusammen durch und unterschreiben Sie anschließend beide, dass das Protokoll den genannten Ansprüchen genügt. **Nehmen Sie diesen Schritt ernst!** Falls Ihr Ergebnis nicht vollständig und plausibel im Sinne der dort aufgeführten Punkte ist, müssen Sie zumindest die Tutorin im Vorfeld per E-Mail kontaktiert haben – andernfalls wird ein solches Protokoll *nicht* testiert.

5.8 Hinweise zur Auswertung

5.8.1 Lupe

Die Auswertung findet in einer einzelnen Excel-Tabelle statt. Es gibt zwei Möglichkeiten, den Abbildungsmaßstab zu berechnen; theoretisch sollten beide Werte gleich sein:

$$A_1 = \frac{B}{G}, \quad A_2 = \frac{b}{g}$$

In der Praxis haben Sie aber die Gegenstandsweite g mit einem erheblichen Messfehler bestimmt – das pflanzt sich natürlich auch auf A_2 fort. Berechnen Sie beide Werte mit ihren Fehlern. Achten Sie auch bei der Berechnung der Sehwinkelvergrößerung V und der Brennweite f darauf, dass die Messgenauigkeit nicht unnötig groß wird.

b [cm]	g [cm]	B [cm]	A_1	ΔA_1	A_2	ΔA_2	V	ΔV	f [cm]	Δf [cm]
20,0	7,1	3,0	...							
25,0	...									

Plotten Sie A_1 und V über b . Berechnen Sie weiterhin den Mittelwert und die Standardabweichung der Brennweite.

5.8.2 Mikroskop

Sie haben die mechanische Tubuslänge t_m gemessen. Für die optische Tubuslänge t gilt

$$t = t_m - f_{obj} - f_{ok}$$

Damit berechnen Sie die Sehwinkelvergrößerung des Objektivs mit Gleichung 5.9 sowie die Gesamtvergrößerung mit Gleichung 5.11. Haben Sie die Vergrößerung richtig eingestellt? Gehen Sie für die Fehlerrechnung davon aus, dass nur t_m fehlerbehaftet ist.

5.8.3 Prismenspektrometer

Berechnen Sie den brechenden Winkel des Prismas $\phi = 180^\circ - |\rho_1 - \rho_2| \approx 60^\circ$ und die Ablenkungswinkel $\delta(\lambda_i) = \delta_m(\lambda_i) - \delta_0$ aus den gemessenen Winkeln. Der Brechungsindex berechnet sich dann nach Gleichung 5.18.

Achtung: Die trigonometrischen Funktionen von Excel erwarten einen Winkel immer im Bogenmaß!²³

Der Fehler des Brechungsindex Δn muss nicht berechnet werden. Somit sollen auch keine Fehlerbalken eingefügt werden, wie sie in Abbildung 5.13 der Vollständigkeit halber zu sehen sind. Die berechneten Brechungsindizes sollten im Bereich um $n \sim 1,6$ liegen. Tun sie das nicht, stimmt Ihre Rechnung noch nicht. Plotten Sie nun die Dispersionskurve.

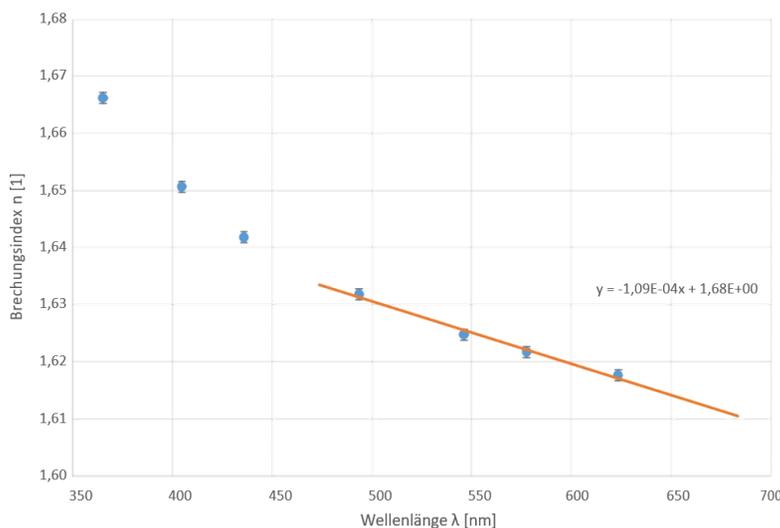


Tabelle 5.1: So könnte die Tabelle für die Auswertung des Lupenversuchs aussehen.

²³ Probieren Sie z.B. folgende Formeln:
`=SIN(45)`
`=SIN(BOGENMASS(45))`
`=SIN(45°)`

Wenn Sie unerklärliche Probleme bei der Berechnung der Zahlenwerte haben, liegt es vermutlich an dieser Umrechnung.

Abbildung 5.13: Dispersionskurve des Prismenglases mit linearer Regression über einen Teil der Messpunkte.

Sie sollen weiterhin die *mittlere Dispersion* d_n des Materials bestimmen:

$$d_n = n_F - n_C = n(\lambda_F) - n(\lambda_C)$$

$$\lambda_F = 486,13 \text{ nm}$$

$$\lambda_C = 656,28 \text{ nm}$$

Diese ist definiert als die Differenz des Brechungsindex zwischen zwei Spektrallinien von Wasserstoff (nicht Quecksilber). Sie müssen Ihre Messwerte also interpolieren, um die mittlere Dispersion zu bestimmen.

Machen Sie in Excel eine lineare Regression über den Teil der Messpunkte, der im relevanten Bereich liegt (vgl. Abb. 5.13).²⁴ Bestimmen Sie auch den Fehler der Steigung Δm mit dem Datenanalysetool (Anleitung in 1.7.4 auf Seite 26). Dann gilt für die mittlere Dispersion:

$$d_n = m \cdot (\lambda_F - \lambda_C)$$

$$\Delta d_n = \Delta m \cdot (\lambda_F - \lambda_C)$$

Eine andere Herangehensweise wäre, für $n(\lambda_F)$ und $n(\lambda_C)$ separat die Fehler auszurechnen und diese dann auf die Differenz fortzupflanzen. Dadurch wird Δd_n aber viel größer, denn der Einfluss von Δm auf die zwei Brechungsindizes wird als unabhängig betrachtet (was er nicht ist).

²⁴ Fügen Sie dem Diagramm dazu einfach eine zweite Datenreihe hinzu.

6 Wellen & Quanten

Inhalt

6.1 Einleitung	95
6.2 Was ist vorher zu tun?	96
6.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren	96
6.3.1 Wozu Quanten?	96
6.3.2 Das Wasserstoffatom	97
6.3.3 Licht ist (auch) eine Welle	99
6.3.4 Beugung	99
6.3.5 Interferenz	100
6.3.6 Optische Spalte und Gitter	101
6.3.7 Die Grenzen der Auflösung	104
6.4 Experimentelle Aufgaben	105
6.4.1 Beugung am Einfachspalt	105
6.4.2 Beugung am Hindernis	106
6.4.3 Gitterspektrometer	106
6.4.4 CD oder DVD?	107
6.4.5 Auflösungsvermögen eines Objektivs	108
6.4.6 Die Balmer-Serie	109
6.5 Wie geht es weiter?	109
6.6 Hinweise zur Auswertung	109
6.6.1 Beugung am Einfachspalt & am Hindernis	109
6.6.2 Gitterspektrometer	110
6.6.3 CD oder DVD?	110
6.6.4 Auflösungsvermögen eines Objektivs	110
6.6.5 Die Balmer-Serie	110

6.1 Einleitung

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts erlebte die Physik gewissermaßen eine Klassik. In der Fachwelt breitete sich tatsächlich die Vorstellung aus, es gäbe nichts mehr zu erforschen, die Physik sei im Grunde »abgeschlossen«. Kurze Zeit später erwies sich das als krasse Fehleinschätzung – das 20. Jahrhundert begann mit einer Reihe von wichtigen Entdeckungen, die zur Entwicklung der beiden grundlegenden Säulen moderner Physik führten: der Quantentheorie durch Max Planck und andere, sowie der Relativitätstheorie durch Albert Einstein. Es blieb kein Stein auf dem anderen.

Diese Entwicklung machte viele Physikerinnen dieser Zeit skeptisch. Selbst die Wegbereiter der Quantentheorie hatten zeit ihres Lebens Schwierigkeiten, die Implikationen des von ihnen entwickelten Modells zu akzeptieren.¹ Die Kernaussagen dieser modernen Theorien stehen im Widerspruch zu unserer Intuition, welche sich schließlich nur an Dingen schulen konnte, die kleiner sind als ein Mond und größer als ein Molekül. Heute, gut 100 Jahre später, kann man allerdings festhalten: Die Vereinigung von Quantentheorie und Relativitätstheorie mag zwar noch ausstehen, aber für sich genommen – innerhalb ihres jeweiligen Geltungsbereiches² – sind beide Theorien tausendfach empirisch bestätigt. Daran gibt es von seriöser Seite³ keinen Zweifel mehr.

Dieser letzte Versuchstag soll einen Ausblick geben auf die Quantentheorie und ihre Anwendungen in der Biologie und Chemie.

6.2 Was ist vorher zu tun?

- Lesen Sie das **Skript** zu diesem Versuchstag, also die folgenden Seiten.
- Sorgen Sie dafür, dass Sie den **Theorieteil** verstanden haben! Falls Ihnen Grundlagen fehlen, ist es in Ihrer Verantwortung, diese aufzuarbeiten. Gute Lehrmaterialien zu diesen Themen findet man problemlos im Internet.
- Fertigen Sie **Messwerttabellen** an (im Team), achten Sie dabei auf das korrekte Format und lassen Sie ggf. Details (Einheiten) zunächst frei.
- Zu Ihrer Schonung gibt es am Ende des Semesters **weder Rechenaufgaben noch Kontrollfragen**. Das soll aber nicht heißen, dass Sie unvorbereitet zum Versuchstag erscheinen sollten.

6.3 Physikalischer Hintergrund & Messverfahren

6.3.1 Wozu Quanten?

Es gibt viele Phänomene, die nur im Rahmen der Quantentheorie erklärt werden können. Um die vorletzte Jahrhundertwende gab es drei ungelöste Rätsel, die die Entwicklung der Quantentheorie besonders vorangetrieben haben:

Warum sind Atome stabil? Die Streuversuche von Ernest Rutherford und seinen Mitarbeiterinnen ergaben, dass die gesamte positive Ladung und 99,9 % der Masse eines Atoms auf engstem Raum im Kern konzentriert sind. Die Elektronen, welche bekanntlich die negative Ladung tragen, halten sich in einem gewissen Abstand zum Kern auf. Aber wie soll das gehen? Wenn die Elektronen sich nicht bewegen, werden sie vom positiv geladenen Kern angezogen und stürzen in ihn hinein. Wenn sie aber den Kern umkreisen wie ein Planet seinen Stern, ist das Atom nach außen ein zeitlich veränderlicher Dipol. Das würde elektromagnetische Strahlung produzieren, die Energie aus dem System abführen würde – das Elektron würde langsamer werden und schließlich ebenfalls in den Kern stürzen. Soweit die Analyse im Rahmen der klassischen Physik, aber Atome sind

¹ Berühmt geworden ist der trotzigste Ausspruch von Einstein: »Gott würfelt nicht«, mit dem er seine Abneigung gegenüber der sog. *Kopenhagener Interpretation* der Quantentheorie zum Ausdruck brachte.

² Es wäre z.B. denkbar, dass die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) sich als Spezialfall einer allgemeineren Theorie für nicht zu große Energien entpuppt, so wie die Newtonsche Gravitationstheorie der Grenzfall für niedrige Energien der ART ist. Dadurch würde sie aber nicht »falsch« – es wäre dann nur klar, wo ihr Geltungsbereich endet.

³ Wer seine Email-Adresse im Kontext von Physik veröffentlicht – das betrifft Professorinnen, aber auch Fachschaftsverteiler –, muss sich leider regelmäßig mit den Ergüssen von Spinnern auseinandersetzen, die Widersprüche in der ART oder der Quantentheorie gefunden haben wollen. Die Motivation für diesen amateurhaften Revisionismus besteht oft in (strukturellem) Antisemitismus und blickt damit auf eine lange Tradition zurück. Solches Geschwurbel firmiert dann unter dem Namen »Deutsche« oder »Naturrichtige Physik«.

natürlich stabil!

Wie löst man diesen Widerspruch? Wir dürfen uns Elektronen und andere Teilchen nicht mehr als kleine Kugeln vorstellen.⁴ Teilchen sind in Wirklichkeit **Wellenfunktionen**, die den Raum ausfüllen und sich daher nicht an einem bestimmten Ort aufhalten, wie wir das von makroskopischen Körpern erwarten würden. Das Verhalten der Wellenfunktionen wird von der *Schrödinger-Gleichung* vorhergesagt. Mit ihr kann man auch erklären, warum das Emissionsspektrum von Atomen klare Linien aufweist – das haben Sie ja schon am Prismenspektrometer sehen können.

Die Schwarzkörperstrahlung ist die elektromagnetische Strahlung, die von einem idealen schwarzen Körper bei einer bestimmten Temperatur ausgesendet wird.⁵ Max Planck hatte ein *kontinuierliches* Strahlungsspektrum berechnet, was aber zu einem mathematischen Widerspruch⁶ führte. Er fand auch heraus, dass er dieses Problem mit *diskreten* Energieniveaus nicht hatte, wusste aber zunächst nicht, was das bedeuten sollte. Später wurde klar: Die Rechnung mit diskreten Energieniveaus ist korrekt, denn Energie wird nur in Portionen, sog. Quanten übertragen.⁷

Licht zeigt sowohl Eigenschaften einer Welle als auch eines Teilchenstroms. Außerdem zeigt eine Analyse des *Photoeffekts*,⁸ dass die maximale Energie, die ein Lichtstrahl auf *ein einzelnes Teilchen* übertragen kann, proportional zu seiner Frequenz ist – nicht zur Amplitude, wie man es bei klassischen Wellen erwarten würde. Die Lösung zu diesem scheinbaren Widerspruch: Licht besteht aus *Photonen*. Photonen sind Teilchen, aber sie haben eine Wellenlänge λ und eine Frequenz ν .

6.3.2 Das Wasserstoffatom

Wasserstoff ist das einfachste Element: Ein Proton, ein Elektron, das ist alles. Die ersten Versuche, das Linienspektrum der Elemente zu erklären, konzentrierten sich daher auch auf Wasserstoff und wurden später auf schwerere Elemente erweitert.

Der dänische Physiker Niels Bohr entwickelte 1913 ein Atommodell, das auf wenigen Annahmen beruhte und das Linienspektrum des Wasserstoffatoms korrekt berechnen konnte. Eine der Annahmen war, dass das Elektron sich auf einer Kreisbahn um das Proton bewege, was im Widerspruch zur klassischen (nicht quantenhaften) Elektrodynamik steht – das wissen Sie (siehe letzter Abschnitt) und das wusste auch schon Bohr. Das Bohrsche Atommodell kommt also über offensichtlich falsche Annahmen zu einem korrekten Zwischenergebnis. Mit der Entwicklung der Quantenmechanik kann es daher seit 1925 als überholt bezeichnet werden, trotzdem wird es in der Schule und auch hier, im Nebenfachpraktikum, immer noch gelehrt, weil es ohne große formale Anforderungen zum richtigen Ergebnis führt.

Sowohl im Bohrschen als auch im quantenmechanischen Atommodell stehen dem Elektron nur eine Reihe von *Energieniveaus* E_n zur Verfügung, dazwischen sind »verbotene« Bereiche, in denen man es nie antreffen wird.⁹ Die Energieniveaus berechnet man wie folgt:

⁴ Ja, das haben wir alle gemacht...

⁵ Diese Wärmestrahlung ist der Grund, warum eine Tasse Kaffee auch im Vakuum kalt werden kann.

⁶ Das Spektrum konvergiert in dieser Rechnung für hohe Frequenzen/Energien nicht schnell genug, dadurch ist die gesamte abgestrahlte Energie unendlich – die sog. *Ultraviolettkatastrophe*.

⁷ Ein Energiequant kann jede beliebige Energie haben, so wie ein (großer) Eimer jede beliebige Menge Wasser aufnehmen kann – er muss aber ganz verbraucht werden oder gar nicht. Man kann quasi immer nur ganze Eimer transportieren, nicht umgießen.

⁸ Für die Erklärung des Photoeffekts bekam Albert Einstein übrigens seinen Nobelpreis, nicht für die Relativitätstheorie.

⁹ Ein Übergang zwischen zwei Energieniveaus heißt auch »Quantensprung«, aber so sprunghaft ist das gar nicht: Die zeitabhängige Schrödingergleichung beschreibt die Bewegung des Elektrons auch zwischen zwei Energieniveaus. Bloß bei einer Messung muss sich das Elektron sozusagen erst für einen erlaubten Zustand entscheiden.

$$E_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1)$$

Dabei ist m_e die Elektronenmasse, e die Elementarladung und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. n ist eine sog. *Quantenzahl*, welche nur ganzzahlige positive Werte annehmen kann. Nur der Term $1/n^2$ ist variabel, die Vorfaktoren sind alle konstant. Im Bohrschen Atommodell korrespondieren diese Energieniveaus mit Kreisbahnen, im quantenmechanischen Atommodell findet man stattdessen kugelsymmetrische Verteilungen für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons. Das Elektron kann zwischen den Energieniveaus »springen«, dabei wird Energie in Form von Licht emittiert oder absorbiert; es gilt Formel 6.3. Die Energiedifferenz für einen Elektronenübergang von einem Zustand n_1 zum Zustand n_2 folgt aus Gleichung 6.1:

$$\Delta E = E_{n_1} - E_{n_2} = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (6.2)$$

Ist $n_1 > n_2$ und damit $E_{n_1} > E_{n_2}$, so manifestiert sich die freiwerdende Energie ΔE in Form eines Photons mit der Frequenz $\nu = \Delta E/h$. Das gleiche Photon ist vonnöten, um das Atom *anzuregen*, d.h. den umgekehrten Übergang vom tieferen aufs höhere Energieniveau zu bewirken. Je größer der Unterschied zwischen den Quantenzahlen n_i , desto größer die Energiedifferenz ΔE . Bei jedem Übergang wird immer nur *ein* Photon absorbiert oder emittiert.

n_2	Name	Spektralbereich
1	Lyman-Serie	ultraviolett
2	Balmer-Serie	sichtbar
3	Paschen-Serie	nahes Infrarot
4	Brackett-Serie	fernes Infrarot

Tabelle 6.1: Serien von Spektrallinien des Wasserstoffatoms.

Historisch wurden die Spektrallinien des Wasserstoffatoms in verschiedene *Serien* unterteilt, vgl. Tabelle 6.1. Die Gemeinsamkeit der Übergänge in jeder Serie ist dabei der Endzustand mit der Quantenzahl n_2 . Die Balmer-Serie hat als einzige Linien im sichtbaren Bereich – deren Wellenlängen bestimmen Sie im gleichnamigen Versuch, siehe 6.4.6.

ANWENDUNG

Das Bohrsche Atommodell ist zunächst nur auf Atome mit einem Elektron anwendbar. Größere Atome haben komplexere Spektren, die sich im Rahmen der Quantentheorie erklären und berechnen lassen. Atome, die in Molekülen oder Festkörpern gebunden sind, haben zusätzlich zu ihren atomaren Spektrallinien sogar noch weitere Anregungszustände, denn sie können schwingen, rotieren usw.

Das Spektrum einer Substanz ist für sie charakteristisch, wie ein physikalischer Fingerabdruck. Aus dem Spektrum einer Probe kann man daher auf ihre Zusammensetzung schließen. Es gibt eine Vielzahl von spektroskopischen Verfahren, die sich nach Art der Messung (Absorption oder Emission?) und nach der Art der Strahlung (Licht von Mikrowellen bis Gamma-Strahlung, aber z.B. auch Elektronen) unterscheiden. Sie gehören zu den wichtigsten Analysemethoden in vielen naturwissenschaftlichen Bereichen, unter anderem in der Biochemie.

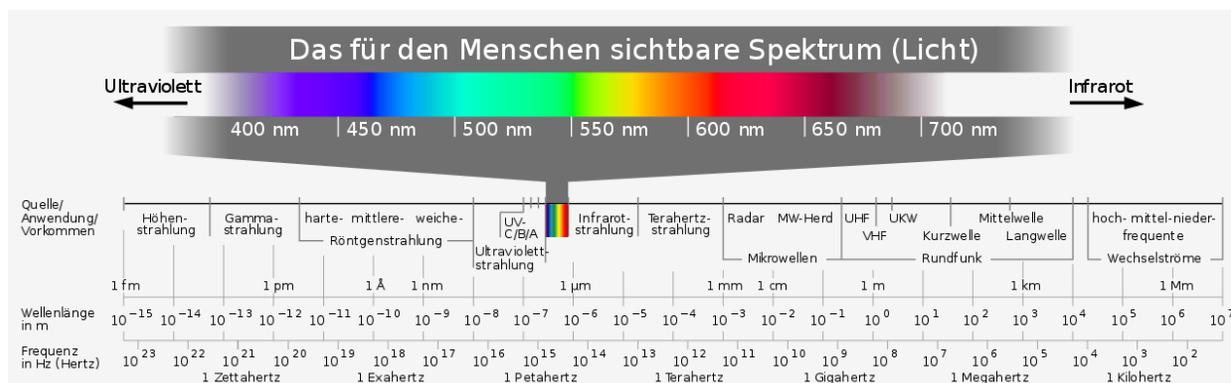


Abbildung 6.1: Das gesamte Spektrum elektromagnetischer Wellen.
Bild: Wikimedia / Horst Frank

6.3.3 Licht ist (auch) eine Welle

Licht besteht aus **Photonen**. Photonen sind Teilchen, aber sie haben eine Wellenlänge λ und eine Frequenz f . Die Wellenlänge von blauem Licht ist kürzer als die von rotem Licht. Die Energie E eines Photons ist proportional zu seiner Frequenz f :

$$E = hf \quad (6.3)$$

Der Proportionalitätsfaktor h ist eine Naturkonstante, er heißt »Plancksches Wirkungsquantum«. Wellenlänge und Frequenz hängen wie folgt zusammen:

$$c = \lambda f \quad (6.4)$$

Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit.

Licht ist also (auch) eine Welle, aber eine Welle aus was? Eine Welle in einem Gewässer besteht aus einer Störung im Wasserstand, die sich ausbreitet. Licht ist ein elektromagnetisches Feld, das sich ausbreitet. Ob man von *elektromagnetischen Wellen* oder von Licht spricht, hängt nur vom Wellenlängenbereich ab; die Unterscheidung ist absolut willkürlich. Radiowellen, Mikrowellen, Sonnenlicht, Gamma-Strahlung? – alles eins. Abbildung 6.1 zeigt das gesamte Spektrum elektromagnetischer Strahlung; das für uns sichtbare Licht macht darin nur einen schmalen Bereich aus.

Ob Licht seine Teilchen- oder seine Wellennatur zeigt, hängt vom Experiment ab. Meistens ist die Näherung »Lichtstrahl« sowieso ausreichend (wie am 5. Versuchstag); erst bei kleinen Strukturen, die in der gleichen Größenordnung wie das verwendete Licht rangieren, kann man Welleneffekte beobachten. Teilcheneffekte sind noch schwieriger zu zeigen, weil der Impuls der Photonen verschwindend klein ist.

Als Welle kann Licht Dinge, die ein klassisches Teilchen oder ein Strahl nicht können: um die Ecke fliegen (Beugung) und sich selbst auslöschen (Interferenz).

6.3.4 Beugung

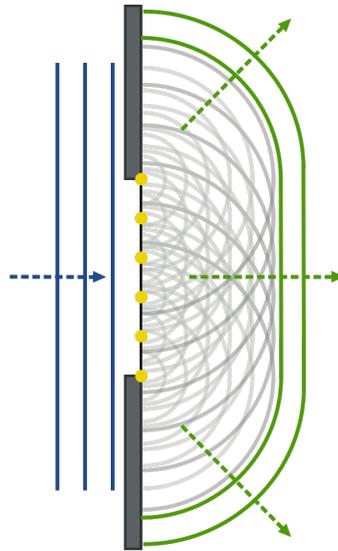
Betrachten Sie Abbildung 6.2 – wenn eine ebene Wellenfront auf eine Kaimauer oder einen Wellenbrecher trifft, wird die Welle nicht einfach an dieser Stelle »abgeschnitten«. Stattdessen breitet sie sich hinter der Öffnung in der Fahrwinne mehr oder weniger kreisförmig aus. Wellen können

Wenn Lichtwellen durch ein Medium reisen, ändert sich dort ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit und somit auch ihre Wellenlänge, vgl. 5.3.8 auf Seite 86. Da die Energie aber von der (nicht veränderlichen) Frequenz abhängt, gilt trotzdem Energieerhaltung.

Es gibt einen beliebten Versuch, bei dem eine Art Windrad, nahezu reibungsfrei im Vakuum gelagert, mit Licht beschienen wird. Die »Flügel« sind einseitig schwarz beschichtet, auf der anderen Seite verspiegelt. Das Rad beginnt tatsächlich, sich zu drehen – allerdings in die falsche Richtung! Die Impulsübertragung müsste auf der verspiegelten Seite größer sein, in Wirklichkeit hat die thermische Erwärmung der verbliebenen Luft auf der geschwärzten Seite aber einen weitaus größeren Einfluss.



(a) Beugung an Wellenbrechern an einem Strand bei Rimini.



(b) Erklärung der Beugung von ebenen Wellen nach dem Huygenschen Prinzip: Jeder Punkt der Wellenfront ist Ausgangspunkt einer kreisförmigen Welle.

Abbildung 6.2: Beugungseffekte und wie man sie erklären kann.

sich offenbar auch »um die Ecke« ausbreiten. Dabei gilt das **Huygensche Prinzip**, welches besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen sog. Elementarwelle betrachtet werden kann.

Kann man auch Licht beugen? Ja, aber damit der Effekt sichtbar wird, darf die Spaltöffnung nicht viel größer sein als die Wellenlänge des Lichtes. Man spricht von der *Beugung an optischen Spalten* oder *Gittern* – dabei treten immer auch Interferenzeffekte auf.

6.3.5 Interferenz

Wenn sich zwei Lichtwellen in einem Punkt treffen, addieren sich einfach ihre elektromagnetischen Felder.¹⁰ Die Wellen überlagern sich und setzen ihren Weg anschließend fort, als wäre nichts gewesen. Wenn man allerdings genau an diesem Punkt die Intensität des Lichtes misst – z.B., indem man einen Schirm oder einen Sensor dort aufstellt – wird man überraschende Effekte beobachten.

Durch Interferenz können sich zwei Wellen bei Überlagerung verstärken (*konstruktive Interferenz*) – das ist keine Überraschung –, aber auch gegenseitig komplett auslöschen (*destruktive Interferenz*). Besonders deutlich treten diese Effekte zutage, wenn beide Wellen die gleiche Wellenlänge haben und *kohärent* sind, d.h. es kommt eine kontinuierliche Wellenform ohne Unterbrechungen und Verschiebungen. Abbildung 6.3 zeigt diesen Fall: Welle 1 und 2 sind identisch, bis auf ihre Verschiebung relativ zueinander, den sog. *Gangunterschied* δ . Im linken Bild ist sie null; die Wellen addieren sich zu einer Welle mit doppelter Amplitude (und gleicher Wellenlänge). Im rechten Bild beträgt der Gangunterschied genau eine halbe Wellenlänge – die Wellen addieren sich zu allen Zeiten zu null; sie löschen sich gegenseitig aus.

¹⁰ Diese Additivität, die viele Felder aufweisen, nennt man *Superpositionsprinzip*. Es gilt nie ganz ohne Einschränkungen: Wenn sich Wasserwellen überlagern, erreichen sie schnell eine Höhe, bei der das Wasser auf dem Wellenberg zur Seite wegfließt – die Welle *bricht*. Und mit besonders kurzen Laserpulsen (Größenordnung: Picosekunden, Femtosekunden, ...) kann man Felder erzeugen, die so stark sind, dass sie z.B. Moleküle in Festkörpern merklich verformen können. Die verformte Materie hat dann wiederum einen Einfluss auf die Ausbreitung des Lichtes. Mit diesen Effekten beschäftigt sich die *Nichtlineare Optik*.

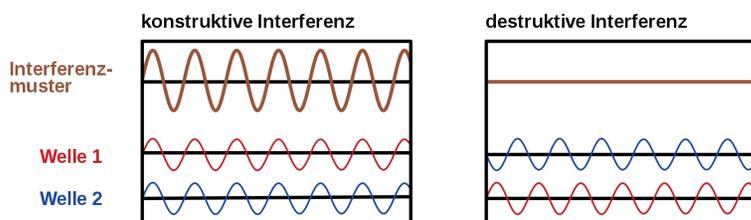


Abbildung 6.3: Konstruktive und destruktive Interferenz. Entscheidend ist der *Gangunterschied* zwischen Welle 1 und 2.

ANWENDUNG

Offensichtlich kommt es auf das Zusammenspiel von Wellenlänge und Gangunterschied an, ob zwei Wellen sich konstruktiv oder destruktiv überlagern. Dadurch kann sich ein faszinierendes Farbenspiel ergeben. In der Natur findet man häufig Beispiele für **Dünnschichtinterferenz** – diese tritt auf, wenn eine Oberfläche von einer sehr dünnen Schicht eines anderen Materials bedeckt ist. An beiden so entstehenden Grenzschichten werden Teile des einfallenden Lichtes reflektiert; anschließend haben sie einen kleinen Gangunterschied zueinander. Auf diese Weise bekommen Ölflecken, Seifenblasen, viele Insekten, aber auch Vögel ihr schillerndes Aussehen, siehe Seite 102.

Falls bei einem Konzert mehrere **Subwoofer** eingesetzt werden, sollten diese möglichst nahe beieinander stehen. Andernfalls lässt es sich nicht vermeiden, dass bestimmte Frequenzen an bestimmten Orten im Publikum gänzlich ausgelöscht werden. Insbesondere bei elektronischer Musik ist das ein Problem, weil Bässe sich immer im gleichen Frequenzbereich wiederholen. Dass die Bassboxen trotzdem oft links und rechts neben der Bühne stehen, hat wohl praktische und/oder optische Gründe.

Die Gravitationskraft des Mondes bewegt die Wassermassen auf der Erde. Sie folgen der Position des Mondes am Erdhimmel, allerdings mit einer gewissen Verzögerung (Wasser braucht Zeit zum Fließen). Das führt zu **Gezeitenwellen**, die in manchen Flüssen (z.B. Weser und Ems) sichtbar werden und teilweise sogar so hoch werden, dass man auf ihnen surfen kann. Gezeitenwellen werden an den Landmassen reflektiert, gebrochen, gebeugt und sie können miteinander interferieren. Es gibt sie überall auf den Weltmeeren – außer an den *amphidromischen Punkten*. Hier löschen sich die Gezeitenwellen aus allen Richtungen insgesamt aus; es gibt keinen Tidehub, die Tidewellen rotieren um diese Punkte herum. In der Nordsee gibt es gleich drei solcher Punkte.

6.3.6 Optische Spalte und Gitter

Das **Doppelspalt-Experiment** ist eines der berühmtesten in der Quantentheorie und in der Physik insgesamt. Es wurde unzählige Male auf verschiedene Weise wiederholt, z.B. mit einzelnen Photonen (diese können mit sich selbst interferieren); immer wieder wurde die Nullhypothese, also die Gültigkeit der Quantentheorie, bestätigt.

Am einfachsten führt man das Experiment mit einem Laser und zwei dünnen Spalten durch. Diese Anordnung ist in Abbildung 6.5 schematisch dargestellt. Die Spalte müssen sehr klein und sehr nah beieinander sein, der Schirm (am rechten Rand) ist hingegen mehr als einen halben Meter von den Spalten entfernt – um diese ungleichen Größenverhältnisse darzustellen, wurde die horizontale Achse unterbrochen. Behalten Sie das im Hinterkopf, es wird noch wichtig sein.

Das Laserlicht, welches auf die Spalte trifft, soll möglichst *kohärent* sein: Es soll nur eine Wellenlänge haben, und die Wellenberge und -täler sollen perfekt übereinanderliegen und eine ebene Wellenfront bilden. Treffen diese kohärenten Wellen nun auf die Spalte, werden sie gebeugt (s.o.), das



(a) Der Strand offenbart das Interferenzmuster von Meereswellen, die zuvor an der Öffnung eines Wellenbrechers gebeugt wurden.



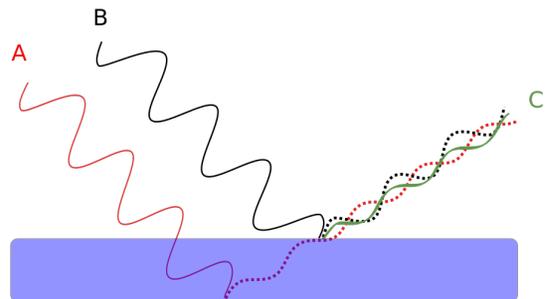
(b) Auch die Purpurkehlhympe schillert dank Interferenz an einer Dünnschicht.



(c) Auch die Augen des Pfauenauges entstehen durch einen waschechten Quanteneffekt (Dünnschichtinterferenz).



(d) Dieser Wismutkristall ist von einer dünnen Oxidschicht bedeckt. Je nach Dicke entstehen durch Interferenz verschiedene Farbeindrücke. Rechts unten im Bild ist ein noch nicht oxidiertes Wismutkristall zu sehen.



(e) So entsteht (destruktive) Interferenz an dünnen Schichten: Die Lichtwellen A und B werden an verschiedenen Grenzflächen reflektiert und erhalten dadurch einen Gangunterschied.

Abbildung 6.4: Interferenz.

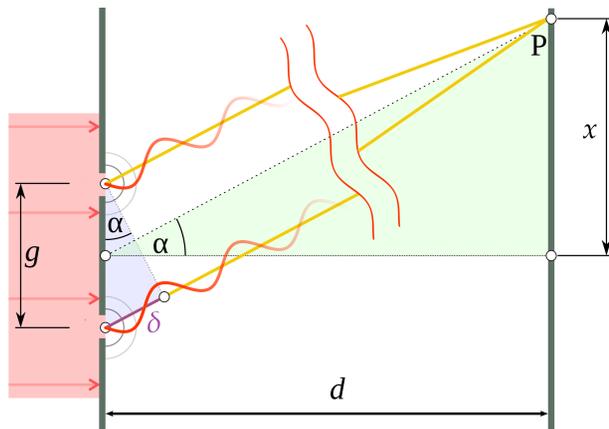


Abbildung 6.5: Schematische Darstellung des Doppelspaltexperiments. Der Abstand d zwischen Spalt und Schirm ist viel größer als die Spaltbreite g , daher werden die Lichtstrahlen hier unterbrochen dargestellt.

heißt, sie pflanzen sich nicht mehr nur geradlinig fort.

Abbildung 6.5 zeigt exemplarisch zwei solche Lichtwellen, die zufällig (fast) in die gleiche Richtung (Winkel α) gebeugt werden. Sie haben zunächst den Abstand g (die sog. *Gitterkonstante*) zueinander, und da sie in die gleiche Richtung gebeugt werden, sind sie außerdem parallel. Dennoch treffen sie den Schirm im gleichen Punkt. Das ist (näherungsweise) beides miteinander vereinbar, wenn der Schirm nur weit genug vom Spalt entfernt ist. **Einverstanden?**

Wenn die Wellen sich im Punkt P treffen, werden sie miteinander interferieren. Was dabei passiert, hängt vom Winkel α ab, denn die untere Welle hat offenbar einen etwas längeren Weg als die obere. Wie groß ist der Unterschied? Dazu betrachten wir das kleine rechtwinklige Dreieck (blau eingezeichnet). Dort findet sich der Winkel α wieder und es gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\delta}{g} \quad (6.5)$$

Wir werden reine konstruktive Interferenz beobachten, wenn der Gangunterschied genau ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt (dann liegen die Wellen wieder perfekt übereinander). Umgekehrt werden die Wellen sich vollständig auslöschen, wenn der Gangunterschied $0,5\lambda, 1,5\lambda, 2,5\lambda, \dots$ beträgt, denn dann sind die Wellen genau entgegengesetzt, wenn sie sich treffen. Wir halten diese Erkenntnis formal so fest:

$$\sin \alpha = \frac{\delta}{g} \stackrel{!}{=} \frac{k \cdot \lambda}{g}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{für konstruktive Interferenz}), \quad (6.6)$$

$$\sin \alpha = \frac{\delta}{g} \stackrel{!}{=} \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{2 \cdot g}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{für destr. Interferenz}). \quad (6.7)$$

Dabei ist k eine ganze Zahl, die wir die *Ordnung* nennen. Somit haben wir eine Bedingung für die Winkel, unter denen wir im Interferenzmuster Maxima bzw. Minima der Intensität messen (oder sehen) werden. Da (im grünen Dreieck) außerdem $\tan \alpha = \frac{x}{d}$ gilt, können wir diese Beziehung ohne großen Aufwand auch auf Abstände x auf dem Schirm anwenden, die einfach zu messen sind.

Wenn nun zu den zwei Spalten ein dritter hinzukommt, ändert sich an den Bedingungen von Gleichung 6.7 nichts. Auch wenn man ein Gitter mit 600 Spalten hat – pro Millimeter –, gelten weiterhin diese Formeln.

Etwas anders wird es, wenn nur ein Spalt vorhanden ist. Auch dann finden Beugung und Interferenz statt. Die Herleitung verläuft analog zu der

Falls nicht: Stellen Sie sich zwei dünne Fäden vor, die sie zwischen Ihren ausgestreckten Armen auf Spannung halten. In der rechten Hand halten Sie beide Fäden in einem Punkt fest, in der linken Hand fassen Sie die Fäden so, dass zwischen ihnen ein Millimeter Platz ist. Sind die Fäden jetzt nicht einigermaßen parallel? Im Experiment sind die »Fäden« übrigens nur $1/600$ mm voneinander entfernt.

für den Doppelspalt. Es zeigt sich, dass die Bedingungen für Maxima und Minima genau vertauscht sind – mit einer kleinen Einschränkung: In der Mitte des Beugungsmusters (also da, wo das Licht ohne Quanteneffekte vollständig auftreffen würde) ist auch beim Einfachspalt ein Maximum. Dadurch ist der Abstand zwischen den Maxima 0. und 1. Ordnung 1,5-mal so groß wie der aller weiteren Maxima.

Insgesamt haben wir somit die folgenden Bedingungen für die Winkel der Beugungsmaxima und -minima:

	Doppelspalt & Gitter	Einfachspalt
Maxima	$\sin \alpha \stackrel{!}{=} \frac{k \cdot \lambda}{g}, k = 0, 1, 2, \dots$	$\sin \alpha \stackrel{!}{=} \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{2 \cdot b}, k = 0, 1, 2, \dots$
Minima	$\sin \alpha \stackrel{!}{=} \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{2 \cdot g}, k = 0, 1, 2, \dots$	$\sin \alpha \stackrel{!}{=} \frac{k \cdot \lambda}{b}, k = 1, 2, \dots$

ANWENDUNG

Optische Datenträger wie CDs, DVDs haben ein feines Rillenmuster mit rund 1000 Bahnen pro Millimeter. Das erzeugt Beugungseffekte, die sich als Farberscheinungen (»Regenbogen«) zeigen. Auch Vogelfedern stellen ein optisches Gitter dar – unter idealen Bedingungen kann man feine Regenbogen sehen, wenn man sie gegen das Licht hält.

Tabelle 6.2: Winkelbedingungen für Maxima und Minima in den Interferenzmustern von Doppel- und Einfachspalt sowie optischem Gitter. Dabei ist b die Spaltbreite, g wie oben beschrieben der Abstand zwischen jeweils zwei benachbarten Spalten.

6.3.7 Die Grenzen der Auflösung

Die **numerische Apertur** ist ein Maß dafür, wie stark eine Linse (meist geht es um Objektive von Mikroskopen) Licht fokussieren kann – davon hängt nämlich ab, wie klein ein Lichtfleck im Fokus der Linse werden kann. Je kleiner die Wellenlänge des verwendeten Lichtes und je größer die numerische Apertur, desto kleinere Strukturen kann man mit dem optischen System auflösen, ohne dass Beugungseffekte den Kontrast vermindern. Wie groß die numerische Apertur eines Objektivs ist, hängt von seiner Brennweite und seiner (effektiven) Größe ab; wir können die numerische Apertur aber auch direkt bestimmen.

Eine Linse befindet sich vor einem Objekt O und bildet dieses auf die Bildebene O' ab, vgl. Abb. 6.6. Die numerische Apertur ist definiert über den Sinus des halben objektseitigen Öffnungswinkels α :

$$A_N = n \cdot \sin \alpha \quad (6.8)$$

Dabei ist n der Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt und Linse. In Luft ($n = 1$) ist also immer $A_N < 1$, aber mit *Immersionöl* kann die numerische Apertur von *state-of-the-art*-Objektiven auf Werte von bis zu 1,4 gesteigert werden.

Man kann zeigen, dass der kleinste Abstand, der gerade noch aufgelöst werden kann, umgekehrt proportional zur numerischen Apertur ist

$$d_{min} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{A_N} \quad (6.9)$$

Mit λ als Wellenlänge des verwendeten Lichtes.

Für Mikroskopie in Luft kann man sich daher als grobe Faustformel merken: $d_{min} \lesssim \lambda$ – man kann nichts auflösen, was kleiner ist als die Wellenlänge des benutzten Lichtes. Unter Ausnutzung aller Tricks (Immersionöl,

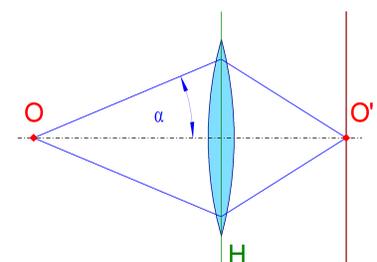


Abbildung 6.6: Der objektseitige Öffnungswinkel.

Statt über den kleinsten auflösbaren Abstand zu reden, kann man auch das **Auflösungsvermögen** $A = 1/d_{min}$ definieren – das ist Geschmackssache.

nichtlineare optische Materialien, ...) kann man diese Grenze zwar noch etwas verschieben, aber letztlich gilt: Wenn man noch kleinere Dinge sehen möchte, muss man die Wellenlänge verkleinern. Zum Beispiel mit Elektronen statt Licht – diese haben als Quantenobjekte auch eine Wellenlänge, diese ist aber wesentlich kürzer als die von sichtbarem Licht. So lassen sich Bilder mit unglaublich kleinen Details aufnehmen wie z.B. Abbildung 6.7.

Für spektroskopische Messmethoden ist es oft wichtig zu wissen, welche Wellenlängendifferenz ein Spektrometer noch auflösen kann. In einem Teilversuch dieses Versuchstages werden Sie das selbst untersuchen. Das (spektrale) **Auflösungsvermögen eines Gitters** hängt unter anderem von der Beugungsordnung ab:

$$(\Delta\lambda)_{min} = \frac{\lambda}{k \cdot N}$$

Dabei ist $(\Delta\lambda)_{min}$ die kleinste noch auflösbare Wellenlängendifferenz, λ die Wellenlänge, k die Beugungsordnung und N die Anzahl der beleuchteten Spalte im optischen Gitter. Feine Gitter, großflächig ausgeleuchtet, liefern also die besten Ergebnisse.

6.4 Experimentelle Aufgaben

6.4.1 Beugung am Einfachspalt

Der Strahl eines grünen Lasers trifft auf einen schmalen Spalt und wird daran gebeugt (siehe Abb. 6.8). Durch Interferenz entsteht eine Intensitätsverteilung, die Sie mit einem CCD-Sensor aufnehmen können.

Direkt hinter dem Spalt ist außerdem eine Sammellinse eingebaut. Sie sorgt dafür, dass der effektive Abstand zwischen Spalt und Sensor ausreichend groß ist; außerdem passt Sie die Größe des Interferenzmusters an den CCD-Sensor an. Die Brennweite f entspricht dadurch dem Abstand d in der Berechnung des Beugungswinkels, demnach also $\tan \alpha = \frac{x}{f}$. Noch folgender Hinweis: für die Fehlerrechnung (nicht für den Beugungswinkel selbst) können Sie hier und im weiteren Verlauf zur Vereinfachung immer die Kleinwinkelnäherung benutzen, d.h. $\tan \alpha = \frac{x}{f} \approx \alpha$.

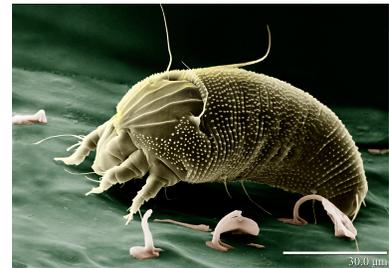
Geräte: Grüner Nd:YAG Laser, optische Bank, Reiter, Spalt in Justierfassung, CCD (Sensorgröße 4,8 mm × 3,6 mm) mit Rohraufsatz, Sammellinse ($f = (130 \pm 2)$ mm), Notebook.

Gemessene Größen: Bild des Beugungsmusters.

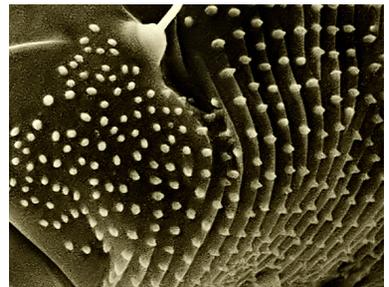
Gegebene Größen: Wellenlänge des Laserlichtes $\lambda = 532$ nm.

Durchführung:

- Entfernen Sie die Schutzkappe von der CCD-Kamera. Der vorgeschraubte Rohraufsatz minimiert den Einfluss von Streulicht und wird nicht entfernt.
- Für die Bildaufnahme benutzen Sie das Programm 'ICapture'. Die technische Assistenz wird Sie in die Bedienung der Software einführen.



(a) Gesamtansicht.



(b) Detail.

Abbildung 6.7: Elektronenmikroskopie einer Milbe (*Aceria anthocoptes*), nachträglich eingefärbt.

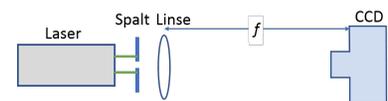


Abbildung 6.8: Schematischer Versuchsaufbau für die Beugung am Einfachspalt.

Achtung! Die CCD-Kamera wird ohne schützendes Objektiv genutzt, der empfindliche Sensor ist daher frei zugänglich. Er darf auf keinen Fall mit den Fingern oder einem Gegenstand berührt werden. Wird die Kamera nicht mehr benutzt, muss umgehend die Schutzkappe aufgesetzt werden!

- Das gesuchte Beugungsmuster entsteht genau in der hinteren Brennebene der Linse (also ca. 130 mm hinter der Linse), da wo die vertikale Ausdehnung des Beugungsmusters minimal ist. Positionieren Sie die Kamera möglichst genau in dieser Ebene. Nehmen Sie ein **Bild** des Beugungsmusters auf und speichern Sie es im bmp-Format, z.B. auf einem USB-Stick.
- Für die Auswertung benutzen Sie das Programm 'GWYIDDION', in dessen Bedienung Sie ebenfalls vor Ort eingeführt werden.

6.4.2 Beugung am Hindernis

Der Aufbau ist nahezu identisch zum vorangegangenen Versuch in Kap. 6.4.1. Jetzt trifft der Strahl des grünen Lasers allerdings auf einen dünnen Draht und wird an diesem Hindernis gebeugt. Erneut entsteht das Beugungsbild in der hinteren Brennebene der Linse, das wiederum mit einem CCD-Sensor registriert werden kann.

Geräte: Grüner Nd:YAG Laser, optische Bank, Reiter, Draht in Justierfassung, CCD (Sensorgröße 4,8 mm × 3,6 mm) mit Rohraufsatz, Sammellinse ($f = (130 \pm 2)$ mm), Notebook.

Gemessene Größen: Bild des Beugungsmusters.

Gegebene Größen: Wellenlänge des Laserlichtes $\lambda = 532$ nm.

Durchführung: identisch zum vorangegangenen Versuch.

6.4.3 Gitterspektrometer

Das Goniometer kennen Sie noch vom letzten Versuchstag. Statt eines Prismas benutzen Sie heute optische Gitter verschiedener Qualität, um die Spektren von Natrium und Helium zu untersuchen.

Geräte: Spektrallampen (Natrium und Helium), Stativ mit Fassung, Netzgerät für Spektrallampe, Spektro-Goniometer, 2 Gitter (100er und 600er), Spaltblende (1 mm).

Gegebene Größen: Gitterkonstante $g = \frac{1}{100}$ mm bzw. $\frac{1}{600}$ mm, Breite der Spaltblende $d = (1,1 \pm 0,1)$ mm, Literaturspektren (siehe Anhang Seite 112).

Gemessene Größen: Positionen der Spektrallinien δ_m und des Strahldurchgangs δ_0 .

1. Durchführung – Helium:

- Stellen Sie die **He-Lampe** vor den Eingangsspalt des Goniometers.
- Setzen Sie das **600er-Gitter** in die dafür vorgesehene Befestigung ein.
- Vermessen Sie das **Spektrum** der He-Lampe in der ersten Beugungsordnung. Notieren Sie die **gemessenen Winkel** δ_m und außerdem die ungefähre **Helligkeit** der Linien, damit Sie sie später den Literaturdaten zuordnen können.

Zusatzinfo für Chemiker, die schon mehr über Quantenmechanik wissen: Natrium hat eine sehr dominante D-Linie – in einem Gelbton, den man von den Natriumdampflampen in Straßenlaternen kennt. Diese Linie besteht eigentlich aus zwei Linien, die sehr eng beieinander liegen. Die Energieniveaus, von denen die Elektronenübergänge ausgehen, die diese Photonen aussenden, haben die gleiche Hauptquantenzahl, aber trotzdem verschiedene Energien (»Entartung«), weil der Spin der Elektronen an den Bahndrehimpuls koppelt und es daher einen (winzigen) Unterschied macht, ob der gerade Spin parallel oder antiparallel zum Bahndrehimpuls steht.

Achtung! Gasentladungslampen dürfen nicht in schneller Folge aus- und wieder eingeschaltet werden. Tun Sie beides nur in Absprache mit Ihrer Tutorin oder der technischen Assistenz.

- Messen Sie außerdem den Winkel des **Strahlendurchgangs** δ_0 (Maximum der nullten Beugungsordnung).

2. Durchführung – Natrium (100er):

- Stellen Sie die **Na-Lampe** vor den Eingangsspalt des Goniometers.
- Entfernen Sie das Gitter und blicken Sie durch das Okular. Sie sollten eine einzelne gelbe Linie finden – den **Strahlendurchgang**.
- Setzen Sie das **100er-Gitter** ein.
- Befestigen Sie die **Spaltblende** zentriert am Gitter.
- Fahren Sie das Rohr nun langsam in eine Richtung (egal, welche). Sie werden immer wieder die gleiche gelbe (Doppel-) Linie des Natriums sehen. Zählen Sie bis zur **Beugungsordnung** k , bei der sie erkennen können, dass es sich um eine Doppellinie handelt.

In diesem Versuchsteil geht es um das spektrale Auflösungsvermögen des Gitters, vgl. 6.3.7.

3. Durchführung – Natrium (600er):

- Stellen Sie die **Na-Lampe** vor den Eingangsspalt des Goniometers, falls sie dort nicht schon steht.
- Setzen Sie das **600er-Gitter** ein.
- Suchen Sie die **zweite Beugungsordnung** der Natrium-D-Linie. Sie sollten deutlich erkennen können, dass es sich um eine Doppellinie handelt.
- Messen Sie die Winkel für beide Teile der Doppellinie **möglichst präzise**.
- Messen Sie außerdem den Winkel des **Strahlendurchgangs** δ_0 , falls Sie es noch nicht gemacht haben.

In diesem Versuchsteil versuchen Sie die Aufspaltung der Na-Doppellinie zu messen, was das Goniometer an die Grenzen seiner Winkelauflösung bringt.

6.4.4 CD oder DVD?

Optische Datenträger haben gepresste Spuren, die entweder zur Führung des Schreiblasers dienen (bei Rohlingen) oder die Daten schon als eingepresste Strukturen enthalten (bei *Read Only Media*, ROMs.). Der Abstand zwischen den Spuren ist so klein (ca. $1\ \mu\text{m}$), dass die Datenträger wie ein Reflexionsgitter wirken – daher auch das Farbenspiel, wenn man sie ins Licht hält.

Geräte: grüner Laserpointer, optische Bank, Reiter, CD- und DVD-Rohling in U-Halter mit Kunststoffplatte.

Gemessene Größen: Abstände zwischen Datenträgern und Schirm l_i , Position des k -ten Interferenzmaximums für jeden Datenträger x_k .

Gegebene Größen: Wellenlänge des Laserlichtes $\lambda = 532\ \text{nm}$, Spurabstände $g_{CD} = (1,6 \pm 0,1)\ \mu\text{m}$ und $g_{DVD} = (0,74 \pm 0,01)\ \mu\text{m}$.

Durchführung:

- **Welche Bedingung** gilt für die Winkel, unter denen die Interferenzmaxima auftreten? Überlegen Sie anhand der Formel, welcher der Datenträger die CD ist und welcher die DVD. Dafür müssen Sie nicht rechnen.

- Befestigen Sie ggf. ein neues A3-Blatt an dem Schirm.
- Justieren Sie die Rohlinge dann so, dass sie **senkrecht zur optischen Achse** stehen. Das Maximum 0. Ordnung sollte dann ungefähr auf den Laserpointer treffen.
- **Markieren** Sie die Lichtpunkte so, dass Sie sie später zuordnen können.
- Wiederholen Sie die Prozedur nun für den anderen Rohling.
- Nehmen Sie das Blatt ab und messen Sie die **Entfernung** zwischen den Punkten. Falls das Maximum 0. Ordnung »ins Loch gefallen« ist (so sollte es sein): Sie können auch die Entfernung der zwei k -ten Maxima zueinander messen und diese halbieren.

6.4.5 Auflösungsvermögen eines Objektivs

Wie stark ein Mikroskop vergrößert, hängt vor allem von der Tubuslänge ab. Beugungseffekte bewirken aber eine Grenze für die so erreichbare Auflösung. Welche Auflösung man mit einem *Objektiv* maximal erreichen kann, hängt maßgeblich von seinem Öffnungswinkel ab. In diesem Versuch messen Sie den Öffnungswinkel eines handelsüblichen Mikroskop-Objektivs und berechnen daraus die *numerische Apertur*.

Geräte: Optische Bank, Taschenlampe

Gemessene Größen: Abstand e zwischen Brennebene und LEDs, Abstand d zwischen den LEDs.

Durchführung:

- Stecken Sie das **Okular** in die dafür vorgesehene Röhre.
- Leuchten Sie von hinten mit einer **Taschenlampe** auf die Lochplatte und schauen Sie durch das Okular. Sie sollten einen hellen Fleck sehen – das ist das kleine Loch im Blech vor dem Objektiv.
- Benutzen Sie die Feinverstellung (**Rändelschraube**) des Justierreiters, um das Loch in die Brennebene zu bewegen. Der gratige Rand sollte scharf erkennbar sein.
- Messen Sie den **Abstand der LEDs zur Brennebene** (Halterung der Lochplatte) e .
- **Entfernen** Sie nun Okular und Lochplatte. Schieben Sie beide LEDs zusammen vor das Objektiv.
- Blicken Sie in die Röhre, in der eben noch das Okular steckte. Betrachten Sie das reelle Bild der LEDs, welches sich kurz vor dem Objektiv befindet. Sie müssen genug **Abstand** halten, um dieses Bild scharf sehen zu können! Bei Normalsichtigen beträgt die Naheinstellungsgrenze ca. 20 cm.
- **Ihre Partnerin** schiebt nun eine der LEDs langsam nach außen, bis sie für Sie gerade nicht mehr sichtbar ist. Mit der anderen LED machen Sie das Gleiche.
- Messen Sie nun den **Abstand zwischen den LEDs** d .

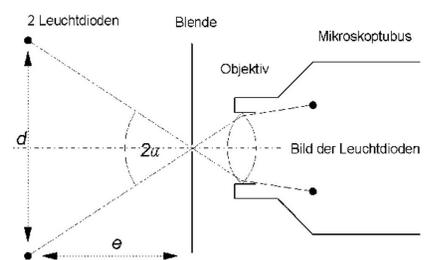


Abbildung 6.9: Schematischer Versuchsaufbau für die Messung der Numerischen Apertur.

6.4.6 Die Balmer-Serie

Von den charakteristischen Wellenlängen, die Elektronenübergänge im Wasserstoffatom erzeugen, liegen nur die Spektrallinien der sog. *Balmer-Serie* im sichtbaren Bereich. In diesem Versuch betrachten Sie das Spektrum der Balmer-Serie, gebeugt durch ein optisches Gitter und können so die Beugungswinkel und daraus schließlich die Wellenlängen der Spektrallinien bestimmen.

Geräte: Optische Bank, Taschenlampe

Gemessene Größen: Position der Spektrallinien vor der Skala, links und rechts: x_l und x_r , Abstand zwischen Skala und Gitter a .

Gegebene Größen: Gitterkonstante $g = \frac{1}{600}$ mm.

Durchführung:

- Betrachten Sie das **Spektrum** durch das Gitter (G). Sie sehen links und rechts das gleiche Farbmuster, gespiegelt an der Gasentladungsröhre (R) in der Mitte. Sie werden ein paar klare Linien sehen und eine Vielzahl von schwächeren Linien, die den Raum dazwischen teilweise ausfüllen.
- Schieben Sie für jede klar erkennbare Linie die orangenen **Schieber** links und rechts auf der Skala (M) genau an die Position, wo sie die Linie sehen. Benutzen Sie ggf. eine Taschenlampe, um die Schieber zu beleuchten.
- Lesen Sie die Skala an den Positionen der beiden Schieber ab und notieren Sie die Werte.
- Messen Sie zuletzt auch noch den **Abstand zwischen Skala und Gitter**.

6.5 Wie geht es weiter?

- Es gibt wieder eine **Checkliste** zur Selbstkontrolle. Gehen Sie diese Liste am Ende zusammen durch und unterschreiben Sie anschließend beide, dass das Protokoll den genannten Ansprüchen genügt.

6.6 Hinweise zur Auswertung

6.6.1 Beugung am Einfachspalt & am Hindernis

Berechnen Sie für jedes gemessene Interferenzminimum die sich daraus ergebende Breite des Drahtes bzw. des Spaltes b mit der richtigen Formel aus Tabelle 6.2. Berechnen Sie auch den Fehler jedes Wertes. Sind die Teilergebnisse der Messreihe alle plausibel? Gibt es vielleicht Ausreißer, die darauf hindeuten, dass die Zuordnung der Beugungsordnung k nicht stimmt?

Idealerweise sollte immer der gleiche Wert herauskommen, daher berechnen Sie zuletzt Mittelwert und Standardabweichung. Gibt es prinzipielle Unterschiede in den beiden Beugungsmustern des Spaltes und des Drahtes?

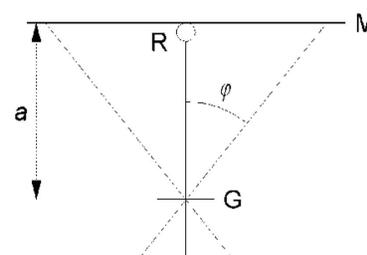


Abbildung 6.10: Schematischer Versuchsaufbau für die Messung der Spektrallinien.

6.6.2 Gitterspektrometer

Berechnen Sie alle relevanten Größen und vergleichen Sie mit den Literaturdaten. Bei der Fehlerrechnung für die Na-Doppellinie werden Sie vermutlich einen relativen Fehler von $\frac{\Delta(\Delta\lambda)}{\Delta\lambda} > 100\%$ erhalten; ziehen Sie entsprechende Schlüsse daraus.

6.6.3 CD oder DVD?

Bestimmen Sie für jede markierte Beugungsordnung den Spurbstand mit der richtigen Formel aus Tabelle 6.2. Berechnen Sie den Mittelwert für beide Datenträger und vergleichen Sie mit den Literaturwerten.

6.6.4 Auflösungsvermögen eines Objektivs

Berechnen Sie den (einfachen!) Öffnungswinkel und daraus die numerische Apertur. Wie genau konnten Sie den Abstand der LEDs einstellen? Berücksichtigen Sie das bei der Fehlerrechnung.

Welches ist der kleinste Abstand, der mit diesem Objektiv auflösbar ist, für rotes und blaues Licht, in Luft und mit Immersionsöl ($n = 1,5$)? Machen Sie eine kleine Tabelle, ohne Fehlerrechnung.

Der vom Hersteller eingravierte **Vergleichswert** ist übrigens 0,25 (falls Sie das übersehen haben).

6.6.5 Die Balmer-Serie

Berechnen Sie für jede Spektrallinie die Wellenlänge und die Energie (mit Fehlern). Berechnen Sie außerdem die Theoriewerte für die Energien der Balmer-Serie und ordnen Sie sie Ihren Messwerten zu. Berechnung und Ergebnis passen in die selbe Tabelle.

A Anhang

Inhalt

A.1 Partielle Differentiation	111
A.2 Physikalische Konstanten und Größen	112
A.2.1 Konstanten	112
A.2.2 Spektrallinien	112
A.2.3 Dichten	113
A.3 SI-Präfixe	113
A.4 Das Griechische Alphabet	114

A.1 Partielle Differentiation

Sei $f(x_1, x_2, \dots)$ eine Funktion, die von mehreren Variablen x_1, x_2, \dots abhängt. Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ von f berechnet man dann, indem man alle bis auf eine Variable (x_i) wie Konstanten behandelt und dann nach dieser einen Variable ableitet, als hätte die Funktion nur eine Variable.

Es gelten dann die gleichen Rechenregeln wie für Funktionen von einer Variablen. Sie sollten diese aus der Schule kennen; an dieser Stelle folgt bloß eine kompakte Formelsammlung.

$$\frac{\partial}{\partial x} [f(x) + g(x)] = \frac{\partial}{\partial x} f(x) + \frac{\partial}{\partial x} g(x) \quad \frac{\partial}{\partial x} [a \cdot f(x)] = a \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x) \quad (\text{Linearität})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} x^n = n \cdot x^{n-1} \quad (\text{Potenzregel})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [f(x) \cdot g(x)] = f(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} g(x) + g(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x) \quad (\text{Produktregel})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(g(x)) = \left(\frac{\partial}{\partial g} f(g) \right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} g(x) \right) \quad (\text{Kettenregel})$$

Einige besondere Funktionen:

$$\frac{\partial}{\partial x} e^x = e^x$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \ln(x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \sin(x) = \cos(x)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \cos(x) = -\sin(x)$$

A.2 Physikalische Konstanten und Größen

Die folgenden Tabellen sind nicht vollständig. Weitere Literaturwerte können und sollen Sie selbst im Netz oder in Nachschlagewerken recherchieren.

A.2.1 Konstanten

Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c = 2,9979245810 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Normfallbeschleunigung	$g = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Elektrische Elementarladung	$e = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Ruhemasse des Elektrons	$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

A.2.2 Spektrallinien

Wasserstoff: F-Linie 486,13 nm; C-Linie 656,28 nm

Natrium: D-Linien: 589,00 nm; 589,59 nm

Quecksilber		
λ [nm]	Farbe	Intensität
623,44	rot	schwach
579,07	gelb	sehr stark
576,96	gelb	sehr stark
546,07	grün	stark
496,00	blaugrün	schwach
491,60	blaugrün	mittel
435,83	blau	stark
407,78	violett	mittel
404,65	violett	mittel

A.2.3 Dichten

Material	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$
Aluminium	2,707
Messing	8,1...8,6
Blei	11,34
Edelstahl V4A	ca. 8
Glycerin	1,261

Dichte von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur

$T [^{\circ}\text{C}]$	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	$T [^{\circ}\text{C}]$	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	$T [^{\circ}\text{C}]$	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$
00	0,99984	18	0,99860	45	0,99022
02	0,99994	20	0,99821	50	0,98804
04	0,99997	22	0,99777	60	0,98320
06	0,99994	24	0,99730	70	0,97776
08	0,99985	26	0,99679	80	0,97179
10	0,99970	28	0,99624	90	0,96530
12	0,99950	30	0,99565	100	0,95835
14	0,99925	35	0,99404		
16	0,99894	40	0,99222		

A.3 SI-Präfixe

Symbol	Name	Wert	
P	Peta	10^{15}	1.000.000.000.000.000 Billiarde
T	Tera	10^{12}	1.000.000.000.000 Billion
G	Giga	10^9	1.000.000.000 Milliarde
M	Mega	10^6	1.000.000 Million
k	Kilo	10^3	1.000 Tausend
h	Hekto	10^2	100 Hundert
da	Deka	10^1	10 Zehn
-	-	10^0	1 Eins
d	Dezi	10^{-1}	0,1 Zehntel
c	Centi	10^{-2}	0,01 Hundertstel
m	Milli	10^{-3}	0,001 Tausendstel
μ	Mikro	10^{-6}	0,000.1 Millionstel
n	Nano	10^{-9}	0,000.000.1 Milliardstel
p	Piko	10^{-12}	0,000.000.000.1 Billionstel
f	Femto	10^{-15}	0,000.000.000.000.1 Billiardstel

A.4 Das Griechische Alphabet

Wie Sie diese Buchstaben in Ihr Protokoll einfügen, ist in E.4.6 beschrieben. Im Word-Formeleditor tippen z.B. Sie einfach »\alpha« und anschließend die Leertaste, um ein α zu erhalten.

Großbuchstaben	Kleinbuchstaben	Name
A	α	Alpha
B	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ϵ, ε	Epsilon
Z	ζ	Zeta
H	η	Eta
Θ	θ, ϑ	Theta
I	ι	Iota
K	κ, κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	My
N	ν	Ny
Ξ	ξ	Xi
O	\omicron	Omikron
Π	π	Pi
P	ρ, ϱ	Rho
Σ	σ	Sigma
T	τ	Tau
Υ	υ	Ypsilon
Φ	ϕ, φ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega