Prof. Dr. Boris Vertman
M. Sc. Artem Nepechiy

Wintersemester 2014

Geometrische Analysis

Blatt 8

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Sei $a \in C^\infty(\Omega \times \mathbb{R}^N)$ positiv homogen für $|\xi| \geq 1$, das heißt

$$a(x, \lambda\xi) = \lambda^m a(x, \xi) \quad \text{für } \lambda \geq 1, |\xi| \geq 1.$$

Zeige, dass $a \in S^m(\Omega \times \mathbb{R}^N)$.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Sei (a_j) eine in $S^m(\Omega \times \mathbb{R}^N)$ beschränkte Folge, die punktweise gegen a konvergiert. Zeige, dass (a_j) dann sogar in $C^\infty(\Omega \times \mathbb{R}^N)$ gegen a konvergiert.

Aufgabe 3. (5 Punkte)

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Beweise im Detail, dass $S^{-\infty}(\Omega \times R^N)$ in der $S^{m'}$-Topologie für $m' > m$ dicht in $S^m(\Omega \times R^N)$ ist.

Aufgabe 4. (5 Punkte)

Sei Δ der euklidische Laplace Operator auf $\mathbb{R}^n$ und I der Identitätsoperator. Zeige für alle $\gamma \in \mathbb{R}$

$$(I + \Delta)^{-M} : H^\gamma(\mathbb{R}^n) \to H^{\gamma+2M}(\mathbb{R}^n).$$