Prof. Dr. B. Vertman
M. Wunderlich

WS 2015/2016
WWU Münster

Übungen zur Funktionentheorie
Serie 10

Aufgabe 46 (5 Punkte)**.** a) Bestimmen Sie alle biholomorphen Abbildungen $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$.

b) Bestimmen Sie alle biholomorphen Abbildungen $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{C}^*$.

Aufgabe 47 (5 Punkte)**.** Sei G ein Gebiet, $f : G \to \mathbb{C}$ holomorph. Zeigen Sie: Hat $(\operatorname{Re} f)^4 + (\operatorname{Im} f)^4$ ein lokales Maximum in $z_0 \in G$, so ist f konstant. Nimmt f sein Maximum auf ∂G an, wenn G beschränkt ist und f sich stetig auf $\overline{G}$ fortsetzen lässt?

Aufgabe 48 (5 Punkte)**.** Sei G ein Gebiet, $f_n : G \to \mathbb{C}$ Folge von holomorphen Funktionen, welche lokal gleichmäßig gegen $f : G \to \mathbb{C}$ konvergiere (*lokal* gleichmäßig bedeutet, dass für jedes $z \in G$ eine offene Umgebung $U \subset G$ von z existiert, so dass die $f_n\big|_U$ gleichmäßig gegen $f\big|_U$ konvergieren). Zeigen Sie:

i) Der Grenzwert f ist dann auch holomorph.

ii) Alle Ableitungen $f_n^{(k)}$ konvergieren ebenfalls lokal gleichmäßig gegen $f^{(k)}$.

Aufgabe 49 (5 Punkte)**.** Verallgemeinern Sie den Satz über Gebietstreue §8.1 auf Gebiete $G \subset \mathbb{C}^*$.

Hinweis. Sie dürfen ohne Beweis benutzen, dass für einen Homöormorphismus h gilt: G ist genau dann ein Gebiet, wenn $h(G)$ ein Gebiet ist.

Abgabe der Lösungen zu diesem Blatt bis Freitag, den 15. Januar 2016, um 10.00 Uhr, in den Briefkästen im Hörsaalgebäude.