

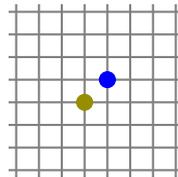
Mathematik-Wettbewerb

Tag der Mathematik 2023

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Auf seinem Spaziergang vom Bahnhof (●) zum Hotel (●) möchte ein Tourist viele verschiedene Sehenswürdigkeiten entdecken.

- Zeichnen Sie eine möglichst lange Route ein, bei der durch jede Kreuzung höchstens einmal gegangen wird.
- Begründen Sie, dass es keine längere als Ihre vorgeschlagene Route gibt.



Aufgabe 2: (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)$. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$f\left(f\left(\dots f\left(f(x)\right)\dots\right)\right) = x, \quad (1)$$

wobei links 2023-mal f steht.

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Kunigunde hat Ostereier versteckt, die Umberto suchen soll. Allerdings sind vier der Eier aus Kunststoff und nur eines aus Schokolade. Umberto beginnt sofort begeistert mit der Suche, wobei jedes der Eier zunächst mit gleicher Wahrscheinlichkeit gefunden wird. Allerdings vergeht Umberto sukzessive die Lust am Suchen, wenn er auf ein Kunststoffeier stößt. Und zwar sinkt dann jedesmal für jedes der restlichen Eier die Wahrscheinlichkeit gefunden zu werden, um jeweils 5 Prozentpunkte. Die Wahrscheinlichkeit, irgendein Ei zu finden, ist dann also kleiner als Eins, und mit der verbleibenden Wahrscheinlichkeit bricht er die Suche frustriert ab. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet Umberto das Schokoladenei?

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Sie falten ein rechteckiges Papier mit Seitenlängen a und $b = 2 \cdot a$ so, dass die Ecke D genau auf eine der beiden gegenüberliegenden Seiten AB oder BC gelegt wird. In der Situation der Skizze entsteht dadurch als ebene Figur beispielhaft ein Fünfeck. Wo genau müssen Sie die Ecke hinlegen, damit ein **Viereck** mit möglichst großem Umfang entsteht?

